

# SaMARE : un modèle par tiges individuelles destiné à la prévision de la croissance des érablières de structure inéquienne du Québec méridional



**Mémoire de recherche forestière n° 155**  
**Direction de la recherche forestière**

par

Mathieu Fortin, Steve Bédard et Josianne DeBlois



# **SaMARE : un modèle par tiges individuelles destiné à la prévision de la croissance des érablières de structure inéquienne du Québec méridional**

Mémoire de recherche forestière n° 155

par

Mathieu Fortin, ing.f., *Ph. D.*

Steve Bédard, ing.f., M. Sc.

et

Josianne DeBlois, stat.

## Mandat de la DRF

La Direction de la recherche forestière (DRF) a pour mandat de participer activement à l'amélioration de la pratique forestière au Québec en réalisant des travaux, principalement à long terme et d'envergure provinciale, qui intègrent des préoccupations de recherche fondamentale et appliquée. Elle subventionne aussi des recherches universitaires à court ou à moyen terme. Ces recherches, importantes pour le ministère des Ressources naturelles et de la Faune (MRNF), sont complémentaires aux travaux de la DRF ou réalisées dans des créneaux où elle ne s'implique pas. Elle contribue à la diffusion de nouvelles connaissances, d'avis et de conseils scientifiques et à l'intégration de ces nouvelles connaissances ou savoir-faire à la pratique forestière.

## Les mémoires de recherche forestière de la DRF

Depuis 1970, chacun des Mémoires de recherche forestière de la DRF est révisé par un comité *ad hoc* formé d'au moins trois experts indépendants. Cette publication est produite et diffusée à même les budgets de recherche et de développement, comme autant d'étapes essentielles à la réalisation d'un projet ou d'une expérience. Ce document à tirage limité est également disponible dans notre site Internet en format pdf.

Vous pouvez adresser vos demandes à :

Ministère des Ressources naturelles et de la Faune  
Direction de la recherche forestière  
2700, rue Einstein, Québec (Québec)  
Canada, G1P 3W8  
Courriel : [recherche.forestiere@mrrnf.gouv.qc.ca](mailto:recherche.forestiere@mrrnf.gouv.qc.ca)  
Internet : [www.mrrnf.gouv.qc.ca/forets/  
connaissances/recherche](http://www.mrrnf.gouv.qc.ca/forets/connaissances/recherche)

© Gouvernement du Québec

On peut citer ce texte en indiquant la référence.

Toutes les publications produites par la Direction de la recherche forestière, du ministère des Ressources naturelles et de la Faune, sont protégées par les dispositions de la Loi sur le droit d'auteur, les lois, les politiques et les règlements du Canada, ainsi que par des accords internationaux. Il est interdit de reproduire, même partiellement, ces publications sans l'obtention préalable d'une permission écrite.

ISBN : 978-2-550-57206-0  
ISBN (PDF) : 978-2-550-57207-7  
F.D.C. 564(047.3)(714)  
L.C. SD 387.M33

## Notes biographiques



Mathieu Fortin, ingénieur forestier depuis 1998, détient une maîtrise ès sciences forestières (2001) et un grade de *Philosophiæ Doctor* (2006). À l'emploi de la Direction de la recherche forestière depuis 2005, ses travaux portent sur la modélisation de l'accroissement, de la mortalité et du recrutement.



Steve Bédard est ingénieur forestier, diplômé de l'Université Laval depuis 1992. En 1998, le même établissement lui décerne un diplôme de maîtrise ès sciences. De 1992 à 1998, il a occupé des postes de chargé de recherche à l'Université Laval et dans des organismes privés de recherche et de transfert de connaissance. Depuis 1998, il est à l'emploi de la Direction de la recherche forestière et ses travaux portent sur la sylviculture des forêts feuillues et mélangées. Il s'intéresse particulièrement aux effets de différents traitements sylvicoles sur la croissance, la régénération et la qualité des tiges dans les peuplements à dominance d'érable à sucre et de bouleau jaune.



Josianne DeBlois, statisticienne diplômée depuis 1995, détient une maîtrise ès sciences en statistique (1996). À l'emploi de la Direction de la recherche forestière de 1996 à 1999, elle joint de nouveau cette Direction en 2003, après avoir travaillé à Citibank Canada à Toronto et au Secrétariat du Conseil du trésor. Elle travaille au sein de l'équipe de biométrie où elle collabore à différents projets de recherche en réalisant les activités d'analyses statistiques.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Mme Isabelle Auger (ministère des Ressources naturelles et de la Faune du Québec [MRNFQ], Direction de la recherche forestière [DRF]) et M. Chhun-Huor Ung (Service canadien des forêts, Centre canadien sur la fibre de bois) pour leurs commentaires constructifs. Les données utilisées dans cette étude n'auraient pas été disponibles sans le travail exceptionnel de M. Zoran Majcen (MRNFQ, DRF) qui a conçu les dispositifs expérimentaux à l'intérieur des sites d'étude. Merci à MM. Laurier Groleau, Jocelyn Hamel, Pierrot Boulay, Étienne Boulay,

Éric Labrecque, Pierre Laurent et Jean-François Leblond (MRNFQ, DRF) pour la prise de mesure et la vérification des données recueillies. Merci à M. Jean Noël (MRNFQ, DRF) pour la conception de la figure 1 et à MM. Sylvain Turbis et Sadi Aid (MRNFQ, Direction générale des technologies de l'information) qui ont programmé SaMARE à l'intérieur de la plateforme CAPSIS. Des remerciements sont également adressés à Mme Sylvie Bourassa et Mme Maripierre Jalbert pour la mise en page du texte de même qu'à M. Pierre Bélanger pour l'édition de l'ouvrage.



# Résumé

La réaction des érablières de structure inéquienne à la suite d'un traitement de jardinage est très variable. Afin de mieux prévoir cette réaction, un projet de recherche a été entrepris en 2005 avec l'objectif de construire et d'étalonner un modèle de croissance. Ce Simulateur de la Mortalité, de l'Accroissement et du Recrutement des Erablières (SaMARE) est basé sur une approche par tiges individuelles et est utilisé de façon stochastique. À l'aide d'un procédé Monte Carlo, SaMARE fournit une prévision de la croissance ainsi que l'intervalle de confiance qui s'y rattache.

Ce mémoire présente le fonctionnement du modèle. Ses principales composantes y sont décrites.

L'étalonnage de celles-ci a été effectué à partir des données des dispositifs de jardinage de la Direction de la recherche forestière. Une étude de cas est également présentée afin d'illustrer l'apport de l'incertitude associée aux prévisions dans la prise de décision.

De plus, les prévisions du modèle ont été comparées à des valeurs observées de façon à pouvoir en estimer les biais et la précision. Les résultats démontrent que les biais absolus sont faibles, mais peuvent être relativement élevés par rapport à la valeur moyenne des observations lorsque la variable étudiée est très discriminante.

Mots clés : Simulation, incertitude des prévisions, Monte Carlo, propagation de l'erreur, modélisation.



## **Abstract**

*The reaction of uneven-aged maple stands following selection harvesting is very variable. To better forecast the reaction, a research project was undertaken in 2005 to construct and parameterize a growth model. This model (Simulateur de la Mortalité, de l'Accroissement et du Recrutement des Erablières, SaMARE) is based on an individual stem approach and is used in a stochastic fashion. Using a Monte Carlo process, SaMARE provides a growth forecast as well as the corresponding confidence interval.*

*This paper describes how the model functions, and its principal components are described. The*

*parameterization of these was done using data from selection harvesting experiments by the Forest Research Directorate. A case study is also presented in order to illustrate the role of uncertainty associated with forecasting in decision making.*

*In addition, the model's forecasts were compared with observed values to be able to estimate bias and accuracy. Results show that absolute biases are weak, but could be relatively high in relation to the mean value of observations when the variable studied is highly discriminatory.*

*Key words : Simulation, forecasting uncertainty, Monte Carlo, error propagation, modelling*



# Table des matières

	page
<b>Remerciements</b> .....	iii
<b>Résumé</b> .....	v
<b>Abstract</b> .....	vii
<b>Liste des tableaux</b> .....	xi
<b>Liste des figures</b> .....	xiii
<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre premier – Données</b> .....	3
1.1 Sites d'étude .....	3
1.2 Coupe de jardinage.....	3
1.3 Base de données .....	3
<b>Chapitre deux – Description du modèle</b> .....	7
2.1 Composantes de SaMARE .....	7
2.1.1 – Sous-modèle de mortalité .....	8
2.1.2 – Sous-modèle d'accroissement diamétral .....	8
2.1.3 – Sous-modèle d'évolution de la vigueur .....	9
2.1.4 – Sous-modèle d'évolution du produit.....	9
2.1.5 – Sous-modèle de recrutement.....	10
2.1.6 – Sous-modèle de diamètre des recrues .....	10
2.1.7 – Sous-modèle de vigueur des recrues .....	11
2.1.8 – Sous-modèle de produit des recrues .....	11
2.2 Projections de croissance .....	11
<b>Chapitre trois – Exemple de simulation</b> .....	13
3.1 Projection de croissance après jardinage .....	13
3.2 Utilisation de l'incertitude .....	13
<b>Chapitre quatre – Évaluation de SaMARE</b> .....	17
4.1 Statistiques d'évaluation .....	17
4.2 Approche d'évaluation .....	17
4.3 Variables sélectionnées pour l'évaluation .....	17
4.4 Résultats de l'évaluation .....	18
<b>Chapitre cinq – Discussion</b> .....	21
<b>Conclusion</b> .....	23
<b>Références bibliographiques</b> .....	25

	page
<b>Annexe 1 – Liste des espèces arborescentes .....</b>	<b>27</b>
<b>Annexe 2 – Sous-modèle de mortalité.....</b>	<b>29</b>
<b>Annexe 3 – Sous-modèle d'accroissement diamétral.....</b>	<b>31</b>
<b>Annexe 4 – Sous-modèle d'évolution de la vigueur.....</b>	<b>33</b>
<b>Annexe 5 – Sous-modèle d'évolution du produit.....</b>	<b>35</b>
<b>Annexe 6 – Sous-modèle du nombre de recrues .....</b>	<b>37</b>
<b>Annexe 7 – Sous-modèle de diamètre des recrues.....</b>	<b>39</b>
<b>Annexe 8 – Sous-modèle de vigueur des recrues.....</b>	<b>41</b>
<b>Annexe 9 – Sous-modèle de produit des recrues .....</b>	<b>43</b>

# Liste des tableaux

	page
<b>Tableau 1.</b> Surface terrière et densité de tiges moyennes des placettes témoins et traitées selon le temps écoulé depuis la coupe de jardinage (l'écart-type apparaît entre parenthèses).....	4
<b>Tableau 2.</b> Groupe d'espèces pris en compte dans SaMARE.....	5
<b>Tableau 3.</b> Liste des variables utilisées dans le modèle et leur symbole respectif.....	8
<b>Tableau 4.</b> Biais et racines de l'erreur quadratique moyenne (REQM) des prévisions des variables qui ne sont pas spécifiques aux espèces (les valeurs relatives sont présentées entre parenthèses).....	18
<b>Tableau 5.</b> Biais et racines de l'erreur quadratique moyenne (REQM) des prévisions de la surface terrière de bouleau jaune, d'érable à sucre et de hêtre à grandes feuilles (les valeurs relatives sont présentées entre parenthèses) .....	19



# Liste des figures

	page
<b>Figure 1.</b> Localisation géographique des sites d'étude desquels sont issues les données d'étalonnage de SaMARE.....	4
<b>Figure 2.</b> Organigramme du fonctionnement de SaMARE sur un intervalle de 5 ans. ....	7
<b>Figure 3.</b> Organigramme du fonctionnement de SaMARE pour des projections de plus de 5 ans. ....	12
<b>Figure 4.</b> Exemple d'une simulation de la surface terrière et des intervalles de confiance associés aux prévisions 15 ans après une coupe de jardinage (nombre d'itérations Monte Carlo fixé à 1000).....	14
<b>Figure 5.</b> Exemple d'une simulation de la surface terrière sur un horizon de 40 ans pour une placette issue d'une coupe de jardinage (nombre d'itérations Monte Carlo fixé à 1000).....	15
<b>Figure 6.</b> Exemple de l'évolution du taux de succès dans l'atteinte des objectifs sylvicoles d'une placette issue d'une coupe de jardinage.....	15



# Introduction

Les modèles de croissance sont des outils essentiels pour la prise de décision en aménagement forestier parce qu'ils fournissent un aperçu des conditions et de la croissance futures des peuplements forestiers. Depuis le milieu du XX<sup>e</sup> siècle, de nombreux modèles de croissance ont été proposés dans la littérature scientifique forestière (PENG 2000). VANCLAY (1994) distingue trois catégories de modèles de croissance : les modèles par peuplement entier, les modèles par classes de dimension et les modèles par tiges individuelles. Alors que les deux premières catégories de modèles peuvent être considérées comme les premières approches utilisées dans le domaine de la modélisation de la croissance forestière (p. ex. : MEYER 1929, USHER 1969), les modèles par tiges individuelles sont devenus très populaires au cours des dernières décennies. Les simulateurs FVS (DIXON 2002), SILVA (PRETZSCH *et al.* 2002) et Prognosis (STAGE 1973) en sont quelques exemples.

L'intérêt des aménagistes forestiers pour les peuplements de feuillus<sup>1</sup> du Québec est concentré surtout sur les caractéristiques des tiges individuelles. En effet, la nature et la quantité des produits que l'on peut tirer de chaque tige sont très variables et sont influencées par la qualité, le diamètre et l'espèce (FORTIN *et al.* sous presse a). Par ailleurs, les tiges qui composent les peuplements de feuillus de structure inéquienne diffèrent fortement en ce qui a trait à l'âge, au diamètre, à la hauteur et à la qualité (PENG 2000) et les modèles traditionnels basés sur des approches par peuplement entier et par classes de dimension peuvent difficilement capter toute la variabilité de la croissance des arbres.

La coupe de jardinage est un traitement couramment utilisé dans les peuplements de feuillus de structure inéquienne de la province de Québec (MRNF 2004). De 1994 à 2003, la coupe de jardinage a été effectuée sur environ 40 000 ha de forêt publique annuellement (PARENT et FORTIN 1999, 2001, 2005), la plupart du temps dans des peuplements de feuillus. Des différences marquées ont été observées dans les peuplements résiduels en ce qui a trait à la vigueur, la qualité et l'abondance des espèces (BÉDARD et MAJGEN 2001, 2003; MAJGEN *et al.* 2005). Les modèles basés sur une

approche par tiges individuelles prennent toute leur importance du fait qu'ils permettent de prendre en compte les différences dans la prévision de la croissance. En effet, on reconnaît que la réaction des peuplements résiduels à la suite d'un traitement de jardinage est très variable (BÉDARD et MAJGEN 2001, 2003; MAJGEN *et al.* 2005). Un modèle par tiges individuelles permettrait de mieux prévoir cette réaction.

Les modèles par tiges individuelles comprennent plusieurs sous-modèles destinés à prévoir différentes composantes de la croissance, comme la mortalité, le recrutement et l'accroissement des arbres survivants. Bien que ces modèles fournissent l'information à l'échelle de la tige individuelle, c'est à l'échelle du peuplement que les décisions sont généralement prises. L'incertitude des prévisions de ces modèles à l'échelle du peuplement est difficilement estimable du fait que la propagation des erreurs de l'échelle de l'arbre à celle de la placette est complexe. En conséquence, ces modèles sont généralement utilisés de façon déterministe (ou partiellement stochastique). Les intervalles de confiance des prévisions sont donc impossibles à estimer ou sous-estiment grandement l'incertitude réelle. Sans intervalle de confiance, les aménagistes forestiers doivent se contenter de la prévision uniquement, laquelle correspond à la moyenne. Les décisions d'aménagement ne peuvent être prises en toute connaissance du risque afférent.

Au cours des deux dernières décennies, plusieurs estimateurs statistiques ont été proposés dans la littérature statistique (LINDSTROM et BATES 1988; WOLFINGER et O'CONNELL 1993; PINHEIRO et BATES 1995, 2000; McCULLOCH et SEARLE 2001). Ces estimateurs, basés sur des fonctions de vraisemblance ou de pseudo-vraisemblance, permettent de prendre en compte les différentes composantes de variance ainsi que la structure d'erreur des sous-modèles qui composent les modèles par tiges individuelles. L'utilisation de ces estimateurs et d'un procédé Monte Carlo à des fins de simulation des différentes sources d'erreur permettrait ainsi d'estimer l'incertitude associée aux prévisions à l'échelle du peuplement ou de la placette.

---

<sup>1</sup> On entend par feuillus, les espèces caducifoliées.

L'objectif de ce projet de recherche était donc de construire un modèle basé sur une approche par tiges individuelles dans le but de prévoir la croissance des érablières à la suite de coupes partielles qui s'apparentent au jardinage. Le mémoire présente ce modèle dont le fonctionnement repose sur l'identification des sources d'erreur et un procédé Monte Carlo. Ce Simulateur de la Mortalité, de l'Accroissement et du Recrutement

des Erablières (SaMARE) a pour but de générer des prévisions de croissance et l'incertitude qui leur est associée. Une attention particulière a été portée à l'identification des sources d'erreur et à l'utilisation des estimateurs statistiques appropriés lors de la conception et de l'étalonnage des sous-modèles qui composent SaMARE. Une évaluation a été effectuée afin de déceler les biais à l'échelle de la placette.

# Chapitre premier

## Données

### 1.1 Sites d'étude

De 1983 à 1999, la Direction de la recherche forestière du ministère des Ressources naturelles et de la Faune du Québec a effectué des essais de coupe de jardinage dans des peuplements de feuillus dans un contexte expérimental. Ces expérimentations sont confinées à l'intérieur de 20 sites d'étude distribués sur l'ensemble de la zone de la forêt tempérée (Figure 1). Cette zone représente une bande qui s'étend sur la province de Québec dans la direction est-ouest entre les latitudes 45° 00' N. et 48° 00' N.

Bien que les conditions écologiques soient quelque peu variables à l'intérieur de cette zone, les peuplements sont en majorité dominés par des espèces de feuillus (SAUCIER *et al.* 2009). L'érable à sucre (*Acer saccharum* Marsh.) est l'espèce dominante dans les peuplements qui croissent à mi-pente et en haut de pente. Le bouleau jaune (*Betula alleghaniensis* Britton.) et le hêtre à grandes feuilles (*Fagus grandifolia* Ehrh.) sont les espèces compagnes les plus communes.

### 1.2 Coupe de jardinage

À l'intérieur de chaque site d'étude, une coupe de jardinage a été exécutée sur une base expérimentale. Les objectifs du traitement étaient (i) de réduire les pertes causées par la mortalité, (ii) d'améliorer la qualité du peuplement, (iii) de maintenir une structure d'âge inéquienne dans le peuplement résiduel et (iv) d'effectuer le traitement sur des rotations variant de 15 à 20 ans. Les tiges non vigoureuses ont été abattues en priorité. Le marquage a été uniformément distribué dans le peuplement en portant une attention spéciale au maintien d'une structure diamétrale en « J » inversée, structure basée sur une surface terrière résiduelle, un facteur « q » et un diamètre maximum donnés (MAJGEN *et al.* 1990). Le prélèvement moyen était d'environ 30 % de la surface terrière marchande, c'est-à-dire la surface terrière totale des tiges dont le diamètre à hauteur de poitrine (dhp, 1,3 m) était égal ou supérieur à 9,1 cm. La coupe de jardinage a été effectuée dans un ou plusieurs peuplements de chaque site d'étude. Une partie de chaque peuplement a été conservée comme témoin et une placette de 0,5 ha

a été établie dans la partie témoin et dans la partie traitée du peuplement. Une ou deux placettes additionnelles ont été établies dans la partie traitée de quelques peuplements afin de tester l'effet de différents taux de prélèvement.

### 1.3 Base de données

La base de données comprend 90 placettes. Tous les arbres dont le dhp était égal ou supérieur à 9,1 cm ont été numérotés dans chacune de celles-ci. L'espèce et le dhp mesuré au millimètre près ont été notés. La vigueur et le produit de l'arbre ont tous deux été évalués sur la base d'une classification comprenant deux catégories (MAJGEN *et al.* 1990). La vigueur est basée sur la cime de l'arbre et les défauts externes. Par exemple, un arbre est classé comme étant non vigoureux si plus du tiers de sa cime montre des signes de dépérissement ou si des défauts comme des chancres, des signes de pourriture ou de nécrose du cambium peuvent être observés. En l'absence de ces éléments, la tige est classée comme étant vigoureuse. Dans un même ordre d'idée, si une tige présente des débits clairs et aucun signe de défauts externes, elle est classée comme étant un potentiel de sciage. Dans le cas inverse, la tige est assignée à la catégorie pâte. Il importe de noter que cette classification de produit n'a été effectuée que sur les feuillus. À la suite du mesurage post-traitement, les placettes ont été mesurées en moyenne sur une base quinquennale, avec des écarts variant de 4 à 7 ans. Un sommaire des surfaces terrières et des densités de tiges est présenté au tableau 1.

SaMARE a été conçu pour fonctionner sur une base quinquennale. Pour cette raison, les mesurages successifs d'une même placette ont été associés de façon à créer des intervalles de croissance qui ne se superposent pas dans le temps. Ainsi, le premier mesurage de chaque paire fournit les conditions initiales dans lesquelles évolue un arbre donné, alors que le second mesurage permet d'observer sa probabilité de survie, son accroissement en diamètre, l'évolution de sa vigueur et de son produit, ainsi que le recrutement de nouvelles tiges au sein de la placette.

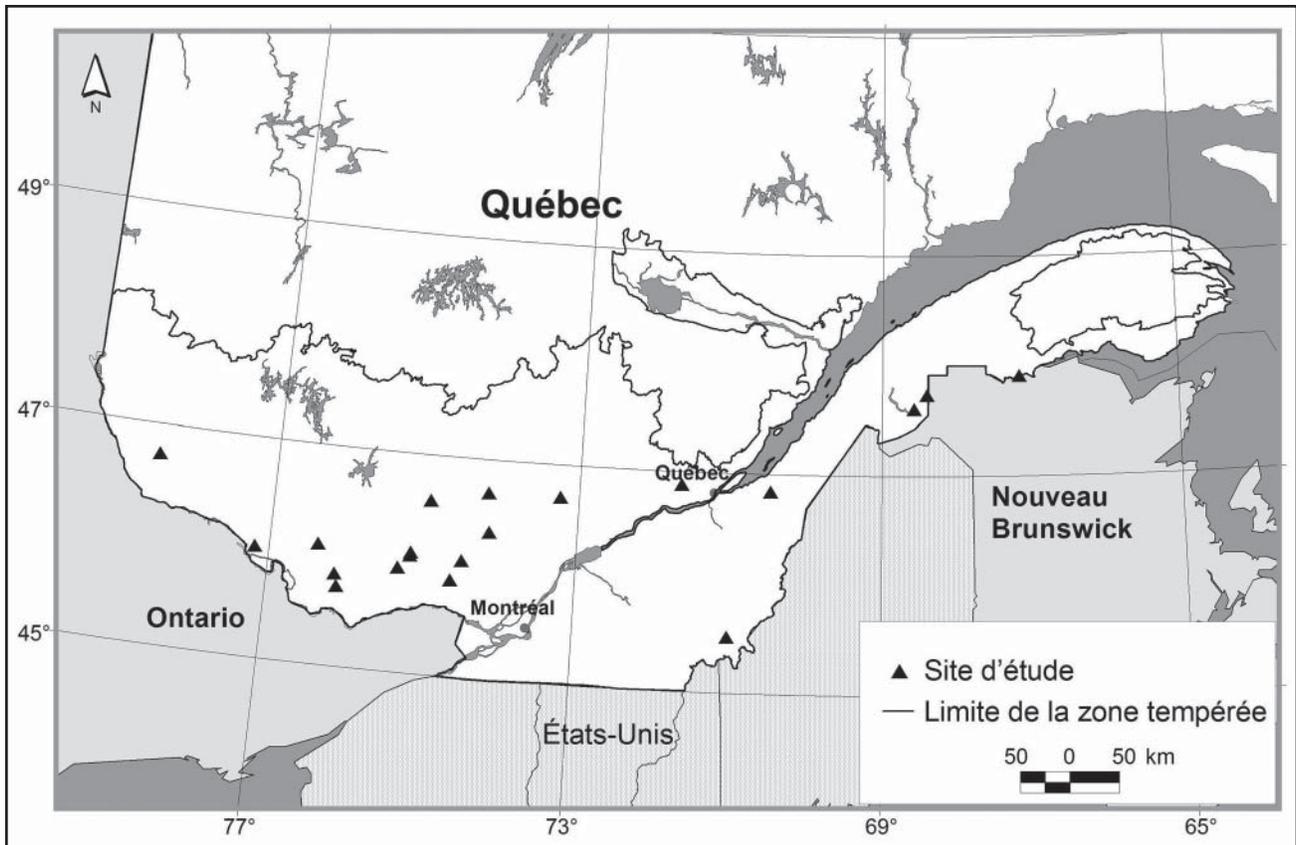


Figure 1. Localisation géographique des sites d'étude desquels sont issues les données d'étalonnage de SaMARE.

**Tableau 1. Surface terrière et densité de tiges moyennes des placettes témoins et traitées selon le temps écoulé depuis la coupe de jardinage (l'écart-type apparaît entre parenthèses)**

	$n^{\dagger}$	Surface terrière ( $m^2ha^{-1}$ )	Densité de tiges (tiges $\cdot ha^{-1}$ )
Après coupe			
Traitées	49	18,3 (2,2)	356 (71)
Témoins	41	25,8 (2,6)	467 (94)
5 ans après coupe			
Traitées	49	19,6 (2,5)	368 (73)
Témoins	41	26,2 (2,9)	458 (92)
10 ans après coupe			
Traitées	42	21,3 (2,9)	385 (71)
Témoins	34	27,1 (3,3)	458 (91)
15 ans après coupe			
Traitées	24	22,7 (2,8)	402 (60)
Témoins	20	28,3 (3,0)	463 (99)

$^{\dagger}n$  : nombre de placettes

La base de données contenait à l'origine 22 espèces d'arbre. La liste complète de ces espèces est présentée en annexe. Comme certaines de celles-ci étaient très peu abondantes, elles ne pouvaient être toutes prises en compte individuellement dans le modèle. Les espèces les moins abondantes ont donc été regroupées. Le regroupement s'est basé sur des facteurs comme l'abondance et les caractéristiques écologiques de chaque espèce. Ce regroupement est présenté au tableau 2.

En plus des données de terrain, des estimations des données climatiques propres à chaque placette ont été obtenues à l'aide du logiciel BioSIM (RÉGNIERE *et al.* 1995). Ce logiciel permet d'imputer des moyennes climatiques à une localisation géographique donnée en utilisant les données des quatre stations climatiques avoisinantes. Dans le cas présent, la température annuelle moyenne et les précipitations annuelles moyennes de la période 1971-2000 de chaque placette ont été estimées.

**Tableau 2. Groupe d'espèces pris en compte dans SaMARE**

Groupe	Code	Espèces
Bouleau jaune	BOJ	Bouleau jaune
Érable rouge	ERR	Érable rouge
Érable à sucre	ERS	Érable à sucre
Hêtre à grandes feuilles	HEG	Hêtre à grandes feuilles
Autres feuillus nobles	FEN	Cerisier tardif, chêne rouge, frêne d'Amérique, frêne noir, orme d'Amérique, ostryer de Virginie, tilleul d'Amérique
Autres espèces de feuillus	FIN	Bouleau à papier, peuplier faux-tremble, peuplier à grandes dents, cerisier de Pennsylvanie, érable de Pennsylvanie, sorbier d'Amérique
Sapin baumier	SAB	Sapin baumier
Autres espèces de résineux	RES	Pin blanc, pruche, épinette rouge, épinette blanche



# Chapitre deux

## Description du modèle

### 2.1 Composantes de SaMARE

SaMARE comprend huit sous-modèles (Figure 2). Les quatre premiers visent à prévoir l'évolution des tiges présentes au début de chaque période de 5 ans. Ces quatre sous-modèles prévoient (1) la probabilité de mortalité et, advenant que l'arbre survive, (2) son accroissement en dhp, (3) l'évolution de sa vigueur et (4) l'évolution de son produit au cours de la période de 5 ans. Les quatre autres sous-modèles permettent de tenir compte du recrutement. Ils prévoient (5) le nombre de recrues de chaque groupe d'espèces, (6) le dhp de ces recrues ainsi que (7) leur vigueur et (8) leur produit à la fin de la période de 5 ans.

En fonction des variables dépendantes, différentes techniques statistiques ont été utilisées pour étalonner les sous-modèles. Une attention particulière a été portée à l'identification des différentes sources d'erreur à l'intérieur des différents sous-modèles. Pour ce faire, la présence d'effets aléatoires ou d'une structure de covariance a été testée dans chacun des sous-modèles.

Tous les sous-modèles ont été conçus de la même façon : ils visent tous à prévoir une variable dépendante à la fin de l'intervalle de 5 ans en fonction de variables explicatives mesurées au début du même intervalle. Utiliser des variables dépendantes à la fin d'un intervalle de 5 ans pour prévoir d'autres variables dépendantes à la fin du même intervalle est particulièrement compliqué. Il s'agit d'un système d'équations avec des corrélations croisées pour lesquelles il faut utiliser des estimateurs complexes afin d'obtenir des estimations de paramètres sans biais (GALLANT 1987, chap. 5). Nous avons préféré conserver une structure aussi simple que possible parce que l'incertitude était déjà suffisamment ardue à estimer.

Les variables explicatives comprises dans les huit sous-modèles appartiennent à deux catégories : les variables de tige et les variables de placette. Les variables de tige sont le dhp (cm), le groupe d'espèces (huit classes), la classe de vigueur (deux classes) et la classe de produit (deux classes). À l'échelle de la placette, la surface terrière toutes espèces confondues ( $m^2ha^{-1}$ ), la densité de tige toutes espèces confondues (tiges  $\cdot ha^{-1}$ ), la surface terrière d'un groupe d'espèces donné ( $m^2ha^{-1}$ ), l'oc-

currence d'une coupe de jardinage (deux classes), la température annuelle moyenne de la période 1971-2000 ( $^{\circ}C \cdot an^{-1}$ ), les précipitations annuelles moyennes de la période 1971-2000 ( $mm \cdot an^{-1}$ ), la latitude (degrés), la durée de l'intervalle de temps (années) et le temps depuis la coupe de jardinage (années) ont été utilisés.

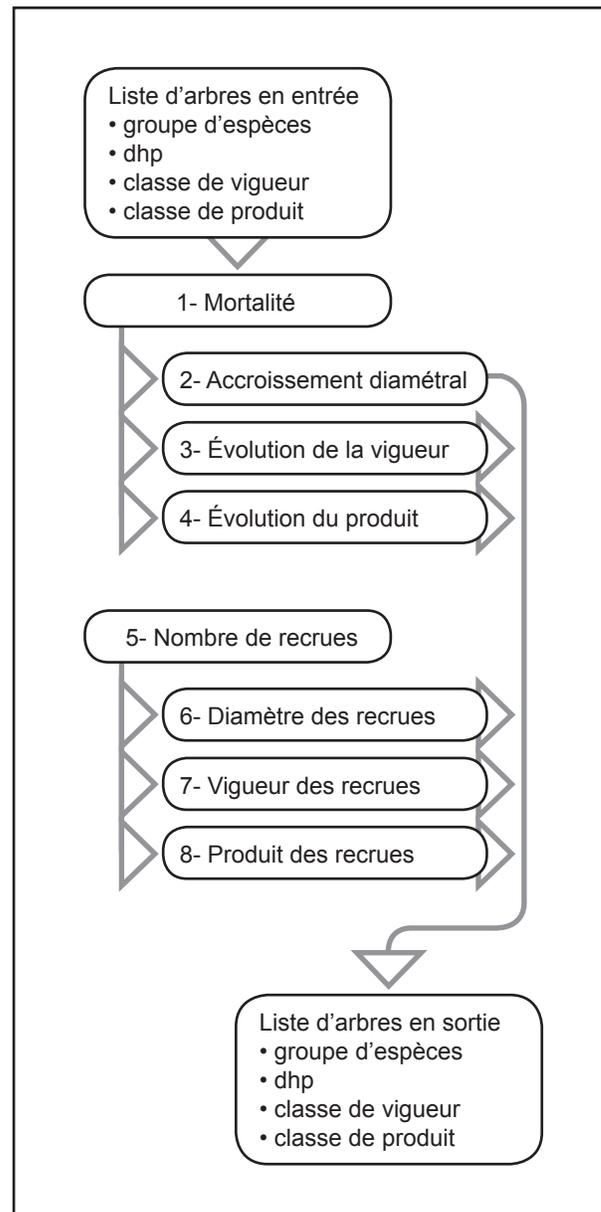


Figure 2. Organigramme du fonctionnement de SaMARE sur un intervalle de 5 ans.

La prochaine section décrit brièvement les sous-modèles de SaMARE. Afin de faciliter la compréhension de la structure de données, définissons  $i$ ,  $j$  et  $k$  comme étant les indices de la placette, de l'arbre et de l'intervalle respectivement, de sorte que  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $j = 1, 2, \dots, q_i$ , et  $k = 1, 2, \dots, r_{ij}$ . Les symboles propres aux les variables explicatives sont présentés dans le tableau 3.

### 2.1.1 Sous-modèle de mortalité

La mortalité ou la survie d'une tige est une variable indépendamment et identiquement distribuée (*iid*) selon une loi de Bernoulli. Définissons  $m_{ijk}$  comme une variable binaire qui prend la valeur de 1 si l'arbre  $j$  de la placette  $i$  meurt durant l'intervalle  $k$  ou 0 dans le cas contraire. La modélisation de ce phénomène s'effectue à l'aide de modèles linéaires généralisés (McCULLAGH et NELDER 1989). SaMARE utilise un modèle qui repose sur une fonction de lien log-log complémentaire pour prévoir la probabilité de mortalité de chaque tige durant un intervalle de 5 ans :

$$m_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\pi_{ijk}) \quad [1a]$$

$$\pi_{ijk} = 1 - e^{-e^{x_{ijk}\beta + b_i + b_{ik}}} \quad [1b]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta} = & \beta_0 + \beta_{1,vig} + \beta_{2,prod} + \beta_{3,gress} \\ & + (\beta_4 + \beta_{5,gress})dhp_{ijk} + \beta_6 dhp_{ijk}^2 + \beta_{7,coupe} \\ & + \beta_8 ST_{ik} + \beta_9 ST_{ik}^2 + \beta_{10} TEMP_i + \ln(\Delta t_{ik}) \end{aligned} \quad [1c]$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2) \quad [1d]$$

$$b_{ik} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{intervalle}^2) \quad [1e]$$

où  $\pi_{ijk}$  est la probabilité de mortalité de l'arbre  $j$  de la placette  $i$  lors de l'intervalle  $k$ , et  $b_i$  et  $b_{ik}$  sont des effets aléatoires de placette et d'intervalle, respectivement. Nous présumons que ces effets aléatoires sont indépendants l'un de l'autre et qu'ils sont distribués selon des lois normales. Pour de plus amples détails concernant la méthode utilisée, le lecteur est invité à consulter FORTIN *et al.* (2008a). Les estimations des paramètres sont présentées en annexe.

### 2.1.2 Sous-modèle d'accroissement diamétral

Ce sous-modèle est du type linéaire à effets mixtes. Définissons  $acc_{ijk}$  comme l'accroissement en dhp de l'arbre  $j$  de la placette  $i$  durant l'intervalle  $k$ . Une transformation racine carrée a été nécessaire afin de respecter les postulats de normalité et d'omo-

**Tableau 3. Liste des variables utilisées dans le modèle et leur symbole respectif**

Échelle et variable	Symbole
<b>Tige</b>	
dhp (mm)	$dhp_{ijk}$
groupe d'espèce	$gress = 1, 2, 3, \dots, 8$
vigueur	$vig = 1, 2$
produit	$prod = 1, 2$
<b>Placette</b>	
surface terrière ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ )	$ST_{ik}$
densité de tiges ( $tiges \cdot ha^{-1}$ )	$dens_{ik}$
surface terrière du groupe d'espèces ( $m^2 \cdot ha^{-1}$ )	$STESS_{ik,gress}$
occurrence d'une coupe de jardinage	$coupe = 1, 2$
température annuelle moyenne ( $^{\circ}C \cdot an^{-1}$ ) <sup>†</sup>	$TEMP_i$
précipitations annuelles moyennes ( $mm \cdot an^{-1}$ ) <sup>†</sup>	$PREC_i$
latitude (degrés)	$LAT_i$
durée de l'intervalle de temps (années)	$\Delta t_{ik}$
temps depuis la coupe (années)	$t_{coupe, ik}$

<sup>†</sup> Basée sur les normales climatiques de la période 1971-2000

généité des variances. Le modèle peut être exprimé comme suit sur l'échelle d'origine :

$$acc_{ijk} = \left( \mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} + b_i + b_{ik} / \sqrt{\Delta t_{ik}} + \varepsilon_{ijk} \right)^2 - 1 \quad [2a]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = & \beta_0 + \beta_{1,vig} + \beta_{2,prod} + \beta_{3,gress} \\ & + (\beta_4 + \beta_{5,gress}) dhp_{ijk} + \beta_6 dhp_{ijk}^2 \\ & + \beta_7 ST_{ik} + \beta_8 \ln(\Delta t_{ik}) + \beta_9 FR_{ik} \end{aligned} \quad [2b]$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2) \quad [2c]$$

$$b_{ik} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{intervalle}^2) \quad [2d]$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{ij,1} \\ \varepsilon_{ij,2} \\ \dots \\ \varepsilon_{ij,r_{ij}} \end{bmatrix} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{res}^2 \mathbf{R}_{ij}) \quad [2e]$$

$$\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \gamma\delta & \gamma\delta^2 & \dots \\ \gamma & 1 & \gamma & \gamma\delta & \dots \\ \gamma\delta & \gamma & 1 & \gamma & \dots \\ \gamma\delta^2 & \gamma\delta & \gamma & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{r_{ij} \times r_{ij}} \quad [2f]$$

où  $FR_{ik}$  est une variable binaire qui prend la valeur de 1 si l'intervalle est le premier suivant la coupe de jardinage ou 0 dans le cas contraire,  $b_i$  et  $b_{ik}$  sont des effets aléatoires de placette et d'intervalle et  $\varepsilon_{ijk}$  est l'erreur résiduelle du modèle. Nous présumons que les effets aléatoires de placette et d'intervalle sont indépendants l'un de l'autre et qu'ils suivent des distributions normales. La structure de covariance (2f) est une structure autorégressive à moyenne mobile (ARMA, PINHEIRO et BATES 2000, p. 228). Elle a été ajoutée au sous-modèle pour tenir compte des corrélations temporelles à l'intérieur du vecteur de termes d'erreur intra-arbre  $\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$  de dimension  $r_{ij}$ , soit le nombre d'intervalles de 5 ans pour l'arbre  $j$  de la placette  $i$ . L'étalonnage de ce sous-modèle est expliqué dans FORTIN et al. (2008b). Les estimations des paramètres sont présentées en annexe.

### 2.1.3 Sous-modèle d'évolution de la vigueur

L'évolution de la vigueur est estimée par un modèle statistique du type linéaire généralisé. Définissons  $v_{ijk}$  comme une variable binaire qui représente la classe de vigueur à la fin d'un intervalle de 5 ans,  $v_{ijk}$  prend la valeur de 1 si l'arbre  $j$  de la placette  $i$  est vigoureux à la fin de l'intervalle  $k$  ou 0 dans le cas contraire. Tout comme le sous-modèle de mortalité, cette variable suit donc une distribution de Bernoulli. Le sous-modèle repose sur une fonction de lien *logit* (McCULLAGH et NELDER 1989, p. 14) et peut être exprimé comme suit :

$$v_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\pi_{ijk}) \quad [3a]$$

$$\pi_{ijk} = \frac{e^{\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta}}} \quad [3b]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = & \beta_0 + \beta_{1,vig,prod} + \beta_{2,gress} dhp_{ijk} \\ & + \beta_{3,gress} \ln(dhp_{ijk}) \end{aligned} \quad [3c]$$

où  $\pi_{ijk}$  est la probabilité que l'arbre  $j$  de la placette  $i$  appartienne à la classe vigoureuse à la fin de l'intervalle  $k$ . Les estimations des paramètres de ce modèle sont présentées en annexe. La présence d'effets aléatoires de placette et d'intervalle a été testée dans ce sous-modèle, mais n'a pas permis d'améliorer sa vraisemblance. En conséquence, les effets aléatoires n'ont pas été retenus.

### 2.1.4 Sous-modèle d'évolution du produit

Définissons  $pr_{ijk}$  comme une variable binaire qui représente la classe de produit de l'arbre  $j$  de la placette  $i$  à la fin de l'intervalle  $k$ ,  $pr_{ijk}$  prend la valeur de 1 si l'arbre a un potentiel de sciage ou 0 dans le cas contraire. Ce sous-modèle est similaire au précédent. Il repose également sur une fonction de lien *logit* et peut être exprimé sous la forme suivante :

$$pr_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\pi_{ijk}) \quad [4a]$$

$$\pi_{ijk} = \frac{e^{\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta}}} \quad [4b]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = & \beta_0 + \beta_{1,vig,prod} + \beta_{2,gress} dhp_{ijk} \\ & + \beta_{3,gress} \ln(dhp_{ijk}) \end{aligned} \quad [4c]$$

où  $\pi_{ijk}$  est la probabilité que l'arbre  $j$  de la placette  $i$  appartienne à la classe de potentiel de sciage à la fin de l'intervalle  $k$ . Il importe de mentionner que ce sous-modèle ne s'applique qu'aux espèces de feuillus. En effet, le produit des tiges résineuses n'a pas été évalué lors des mesurages. Comme dans le cas précédent, la présence d'effets aléatoires de placette et d'intervalle n'a pas permis d'améliorer la vraisemblance de ce sous-modèle. En conséquence, ces effets n'ont pas été retenus. Les estimations des paramètres sont présentées en annexe.

### 2.1.5 Sous-modèle de recrutement

Ce sous-modèle vise à prévoir le nombre de recrues de chaque groupe d'espèces au cours d'un intervalle de 5 ans. En raison de la fréquence excessive de valeurs nulles dans la base de données, nous avons dû recourir à un modèle à surplus de zéro (*zero-inflated model*) comprenant des effets mixtes (LAMBERT 1992, RIDOUT *et al.* 1998, FORTIN et DEBLOIS 2007). Ce sous-modèle est en fait une fonction de masse de probabilités (FMP) composée de deux FMP primaires : une première sert à prévoir s'il y a recrutement et une seconde vise à prévoir le nombre de recrues, advenant qu'il y ait recrutement. Dans le cas présent, nous avons présumé que la première et la deuxième FPM étaient une distribution de Bernoulli et une distribution discrète de Weibull, respectivement.

Définissons  $recr_{ik,gress}$  comme étant le nombre de recrues du groupe d'espèces  $gress$  de la placette  $i$  durant l'intervalle  $k$ . La probabilité d'observer  $m$  recrues est donnée par :

$$\Pr(recr_{ik,gress} = m) = \pi_{ik,gress}^{(1-u_{ik,gress})} \cdot \left( (1 - \pi_{ik,gress}) \frac{(e^{-\delta_{ik,gress} m^{2ik,gress}} - e^{-\delta_{ik,gress} (m+1)^{2ik,gress}})}{e^{-\delta_{ik,gress}}} \right)^{u_{ik,gress}} \quad [5a]$$

$$u_{ik,gress} = \begin{cases} 0 & si \ m = 0 \\ 1 & si \ m \geq 1 \end{cases} \quad [5b]$$

$$\pi_{ik,gress} = \frac{e^{\mathbf{g}_{ik,gress} \boldsymbol{\gamma} + b_i}}{1 + e^{\mathbf{g}_{ik,gress} \boldsymbol{\gamma} + b_i}} \quad [5c]$$

$$\mathbf{g}_{ik,gress} \boldsymbol{\gamma} = \gamma_0 + d_{coupe,i} e^{\gamma_1 t_{coupe,ik}} + \gamma_2,_{gress} + \gamma_3,_{gress} (LAT_i - 45) + \gamma_4 ST_{ik} + \gamma_5 STESS_{ik,gress} + \gamma_6 PREC_i \quad [5d]$$

$$\lambda_{ik,gress} = e^{\mathbf{x}_{ik,gress} \boldsymbol{\beta}} \quad [5e]$$

$$\mathbf{x}_{ik,gress} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 ST_{ik} + \beta_3 STESS_{ik,gress} \quad [5f]$$

$$\delta_{ik,gress} = e^{\mathbf{z}_{ik,gress} \boldsymbol{\eta}} \quad [5g]$$

$$\mathbf{z}_{ik,gress} \boldsymbol{\eta} = \eta_{1,gress} + \eta_2 ST_{ik} + \eta_3 STESS_{ik,gress} \quad [5h]$$

$$b_i \sim N(0, \sigma_{placette}^2) \quad [5i]$$

où  $\pi_{ik,gress}$  est la probabilité de n'observer aucune recrue;  $d_{coupe,i}$  est une variable binaire qui prend la valeur de 1 si la placette  $i$  a été coupée ou 0 dans le cas contraire;  $\mathbf{g}_{ik,gress}$ ,  $\mathbf{x}_{ik,gress}$  et  $\mathbf{z}_{ik,gress}$  sont des vecteurs de variables explicatives;  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}$  et  $\boldsymbol{\eta}$  sont des vecteurs de paramètres et  $b_i$  est un effet aléatoire de placette. Nous présumons que cet effet aléatoire suit une loi normale. Le lecteur peut consulter FORTIN et DEBLOIS (2007) pour en savoir davantage sur la méthode utilisée dans ce sous-modèle. Les estimations des paramètres sont présentées en annexe.

### 2.1.6 Sous-modèle de diamètre des recrues

Ce sous-modèle vise à prévoir le dhp des recrues. Il s'agit d'un modèle statistique du type linéaire mixte. Définissons  $rd_{ijk}$  comme étant le dhp (mm) de la recrue  $j$  de la placette  $i$  à la fin de l'intervalle  $k$ . Une transformation racine carrée s'est avérée nécessaire pour respecter le postulat de normalité. Sur l'échelle d'origine, le sous-modèle peut être exprimé comme suit :

$$rd_{ijk} = (\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} + b_i + b_{ik} + \varepsilon_{ijk})^2 + 90 \quad [6a]$$

$$\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 \ln(ST_{ik}) + \beta_3 \ln(dens_{ik}) + \beta_4 \ln(\Delta t_{ik}) \quad [6b]$$

$$b_i \sim N(0, \sigma_{placette}^2) \quad [6c]$$

$$b_{ik} \sim N(0, \sigma_{intervalle}^2) \quad [6d]$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma_{res}^2 (\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta})^\theta) \quad [6e]$$

où  $b_i$  et  $b_{ik}$  sont des effets aléatoires de placette et d'intervalle respectivement et  $\varepsilon_{ijk}$  est le terme d'erreur résiduelle. Nous présumons que les effets aléatoires suivent des lois normales. Une fonction de variance comprenant un paramètre ( $\theta$ ) (PINHEIRO et BATES 2000, p. 210; LITTELL et al. 2006, chap. 9) a été ajoutée afin de corriger l'hétéroscédasticité associée aux termes d'erreur  $\varepsilon_{ijk}$ . Les estimations des paramètres sont présentées en annexe.

### 2.1.7 Sous-modèle de vigueur des recrues

Un modèle statistique du type linéaire généralisé est utilisé pour prévoir la classe de vigueur des recrues à la fin d'un intervalle de 5 ans. Définissons  $rv_{ijk}$  comme étant la vigueur de la recrue  $j$  de la placette  $i$  à la fin de l'intervalle  $k$ . Cette variable binaire prend la valeur de 1 lorsque la recrue appartient à la classe vigoureuse ou 0 dans le cas contraire. En utilisant une fonction de lien *logit*, le sous-modèle peut s'exprimer comme suit :

$$rv_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\pi_{ijk}) \quad [7a]$$

$$\pi_{ijk} = \frac{e^{\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta}}} \quad [7b]$$

$$\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} \quad [7c]$$

où  $\pi_{ijk}$  représente la probabilité que la recrue  $j$  de la placette  $i$  soit vigoureuse à la fin de l'intervalle  $k$ . Les estimations des paramètres sont présentées en annexe. Des effets aléatoires ont été testés mais n'ont pas permis d'améliorer la vraisemblance du sous-modèle.

### 2.1.8 Sous-modèle de produit des recrues

Ce sous-modèle est similaire au précédent : il est du type linéaire généralisé et il repose également sur une fonction de lien *logit*. Définissons  $rp_{ijk}$  comme étant une variable binaire qui prend la valeur de 1 si la recrue  $j$  de la placette  $i$  appartient à la classe de potentiel de sciage à la fin de l'intervalle  $k$  ou 0 dans le cas contraire. Ce sous-modèle peut être exprimé comme suit :

$$rp_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\pi_{ijk}) \quad [8a]$$

$$\pi_{ijk} = \frac{e^{\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta}}} \quad [8b]$$

$$\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 ST_{ik} \quad [8c]$$

où  $\pi_{ijk}$  correspond à la probabilité que la recrue  $j$  de la placette  $i$  appartienne à la classe potentiel de sciage à la fin de l'intervalle  $k$ . Les estimations des paramètres sont présentées en annexe. Il importe de noter que ce sous-modèle ne s'applique qu'aux espèces de feuillus. Tout comme dans le sous-modèle précédent, des effets aléatoires ont été testés mais n'ont pas permis d'améliorer la vraisemblance de ce sous-modèle.

## 2.2 Projections de croissance

Les sous-modèles de SaMARE sont conçus pour fonctionner sur une base quinquennale. Les projections pour des périodes plus longues sont obtenues à l'aide d'un procédé Monte Carlo. Ce procédé permet de mieux simuler les phénomènes stochastiques que sont la mortalité, le recrutement et l'évolution de la vigueur et du produit. Par ailleurs, des intervalles de confiance peuvent être calculés à partir de ce même procédé.

En fonction d'un nombre d'itérations  $s$  spécifié par l'utilisateur, SaMARE crée  $s$  réplicats de la liste d'arbres initiale (Figure 3). Ensuite, chaque liste d'arbres initiale est simulée sur un nombre donné d'intervalles de cinq années de croissance. Des nombres aléatoires sont générés afin de représenter les erreurs propres à chaque sous-modèle. SaMARE simule trois types d'erreur :

- les erreurs attribuables à l'estimation des paramètres des sous-modèles;
- les erreurs attribuables aux effets aléatoires de placette et d'intervalle;
- les erreurs résiduelles.

Les distributions de ces erreurs reposent sur les postulats sous-jacents à chaque sous-modèle. Les variances de ces distributions sont estimées lors de l'étalonnage.

Prenons le sous-modèle de mortalité à titre d'exemple (équations 1b et 1c). L'étalonnage de ce sous-modèle permet d'obtenir la variance des estimations des paramètres et des effets aléatoires de placette et d'intervalle. À partir de ces variances et des distributions présumées lors de l'étalonnage, des nombres aléatoires sont générés pour représenter les erreurs sur les paramètres et les deux effets aléatoires. Pour le premier intervalle de la première itération Monte Carlo, supposons que

$b_i = 0,27$ ,  $b_{ik} = 0,50$  et  $\varepsilon_\beta$  soient respectivement un effet aléatoire de placette, un effet aléatoire d'intervalle et un vecteur de termes d'erreur associé aux estimations des paramètres de ce sous-modèle, tous générés de façon aléatoire. Les probabilités de mortalité du premier intervalle sont donc obtenues en insérant ces valeurs dans l'équation 1b :

$$\hat{\pi}_{ijk} = 1 - e^{-e^{x_{ijk}(\hat{\beta} + \varepsilon_\beta) + 0,27 + 0,50}} \quad [9]$$

Une fois les probabilités obtenues à partir de l'équation 9, un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1 est généré pour chaque tige. L'arbre meurt si ce nombre aléatoire est inférieur à la probabilité de mortalité calculée. Dans le cas contraire, il survit. Les valeurs générées pour représenter l'effet aléatoire de placette et les erreurs sur les estimations de paramètres demeurent constantes durant une même itération Monte Carlo. Par contre, d'un intervalle à l'autre, un nombre aléatoire différent est généré pour représenter l'effet aléatoire d'intervalle. Ce procédé s'applique à tous les sous-modèles. Un théorème général de prévision (VALLIANT *et al.* 2000, chap. 2) est utilisé pour recréer la structure de covariance entre les erreurs du sous-modèle d'accroissement diamétral.

Une fois toutes les itérations Monte Carlo terminées, la prévision s'obtient en calculant la moyenne des valeurs simulées. Un intervalle de confiance est estimé à l'aide de la méthode des rangs percentiles (EFRON et TIBSHIRANI 1993, p. 170). Par exemple, les limites inférieure et supérieure d'un intervalle de confiance à 95 % sont respectivement les 2,5<sup>e</sup> et 97,5<sup>e</sup> rangs percentiles de la distribution simulée.

Comme les simulations Monte Carlo font appel au hasard, deux simulations d'une même placette donnent généralement des prévisions différentes. Ces différences s'amenuisent lorsque le nombre d'itérations Monte Carlo est augmenté. Par contre, plus le nombre d'itérations est élevé, plus la simulation exige du temps et des ressources informatiques. Les concepteurs du modèle suggèrent d'utiliser 1000 itérations Monte Carlo par simulation. En effet, des essais préliminaires ont permis de démontrer que 1000 itérations Monte Carlo sont un bon compromis. Elles réduisent les différences entre les prévisions d'une même placette à moins d'un dixième de mètre carré de surface terrière à l'hectare sur un horizon de 25 ans et se calculent dans un laps de temps relativement court.

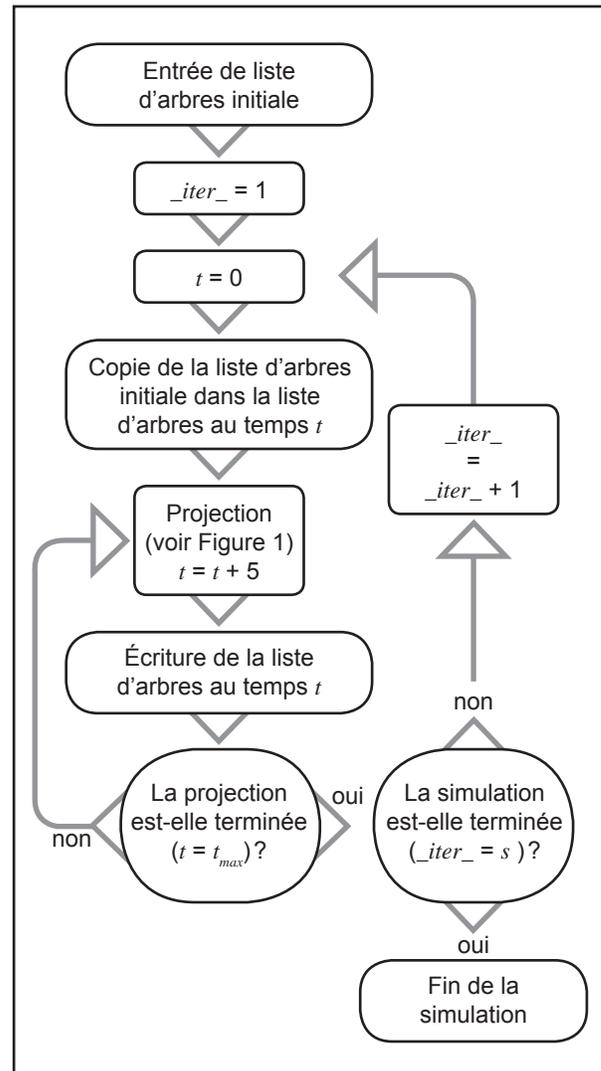


Figure 3. Organigramme du fonctionnement de SaMARE pour des projections de plus de 5 ans.

# Chapitre trois

## Exemple de simulation

### 3.1 Projection de croissance après jardinage

Un exemple de simulation est présenté à la figure 4. Il s'agit d'une placette traitée par coupe de jardinage. La placette a une surface terrière résiduelle toutes espèces confondues de  $17,7 \text{ m}^2\text{ha}^{-1}$ . Comme il s'agit d'un modèle par tiges individuelles, l'information relative à l'évolution de chacune des tiges est disponible. Cette information peut être calculée de manière à obtenir des prévisions par groupe d'espèces ou par groupe de tiges ayant atteint un certain diamètre ou ayant une certaine vigueur. Dans le cas présent, l'évolution des surfaces terrières des trois espèces dominantes, soit le bouleau jaune, l'érable à sucre et le hêtre à grandes feuilles, est présentée. L'incertitude associée aux prévisions du modèle se traduit par un éventail de possibilités dont l'amplitude tend à augmenter avec le temps (Figure 4a, c, e, g). Ce phénomène, nommé hétéroscédasticité, est fréquent en biologie et plus particulièrement, en croissance forestière (VANCLAY 1994, p. 121). Plus la projection est longue, moins précises sont les prévisions du modèle.

La distribution des surfaces terrières simulées s'apparente souvent à une distribution normale (Figure 4b, f, h). Toutefois, on peut observer des distributions asymétriques dans certains cas (p. ex. : Figure 4d), généralement causées par une forte mortalité ou un fort recrutement. Ce phénomène semble être plus important pour les espèces secondaires comme le bouleau jaune et le hêtre à grandes feuilles. Dans l'exemple présenté à la figure 4, la méthode des rangs percentiles a permis d'estimer des intervalles de confiance pour les prévisions en surface terrière 15 ans après l'intervention.

### 3.2 Utilisation de l'incertitude

L'incertitude du modèle permet de chiffrer la probabilité d'atteindre les objectifs sylvicoles par intervalle de 5 ans. Posons l'hypothèse que les objectifs sylvicoles sont les suivants :

- 1) on veut reconstituer une surface terrière toutes espèces confondues d'au moins  $25 \text{ m}^2\text{ha}^{-1}$ ;
- 2) on veut reconstituer une surface terrière d'érable à sucre d'au moins  $13 \text{ m}^2\text{ha}^{-1}$ .

Reprenons la placette de l'exemple précédent, en effectuant une projection sur 40 ans. Les surfaces terrières simulées sont présentées à la figure 5.

Pour chaque intervalle de 5 ans et chaque itération Monte Carlo, on peut déterminer si les surfaces terrières simulées répondent aux objectifs sylvicoles. Cela fait, il est alors possible d'établir la proportion des itérations Monte Carlo pour lesquelles les surfaces terrières répondent aux deux objectifs à la fois. Cette proportion est en fait un taux de succès, soit la probabilité d'atteindre les objectifs fixés à cet intervalle. Les taux de succès de cette étude de cas en fonction des objectifs mentionnés plus haut sont présentés à la figure 6.

Les probabilités d'atteindre les objectifs sylvicoles sont nulles durant les 10 premières années qui suivent l'intervention. Le taux de succès de 50 % est franchi entre 20 et 25 ans après la coupe. Après 30 ans, la probabilité atteint plus de 80 %. En somme, la probabilité d'observer à la fois une surface terrière toutes espèces confondues d'au moins  $25 \text{ m}^2\text{ha}^{-1}$  et une surface terrière en érable sucre d'au moins  $13 \text{ m}^2\text{ha}^{-1}$  dans cette placette est de 80 % si l'on attend 30 ans après le traitement.

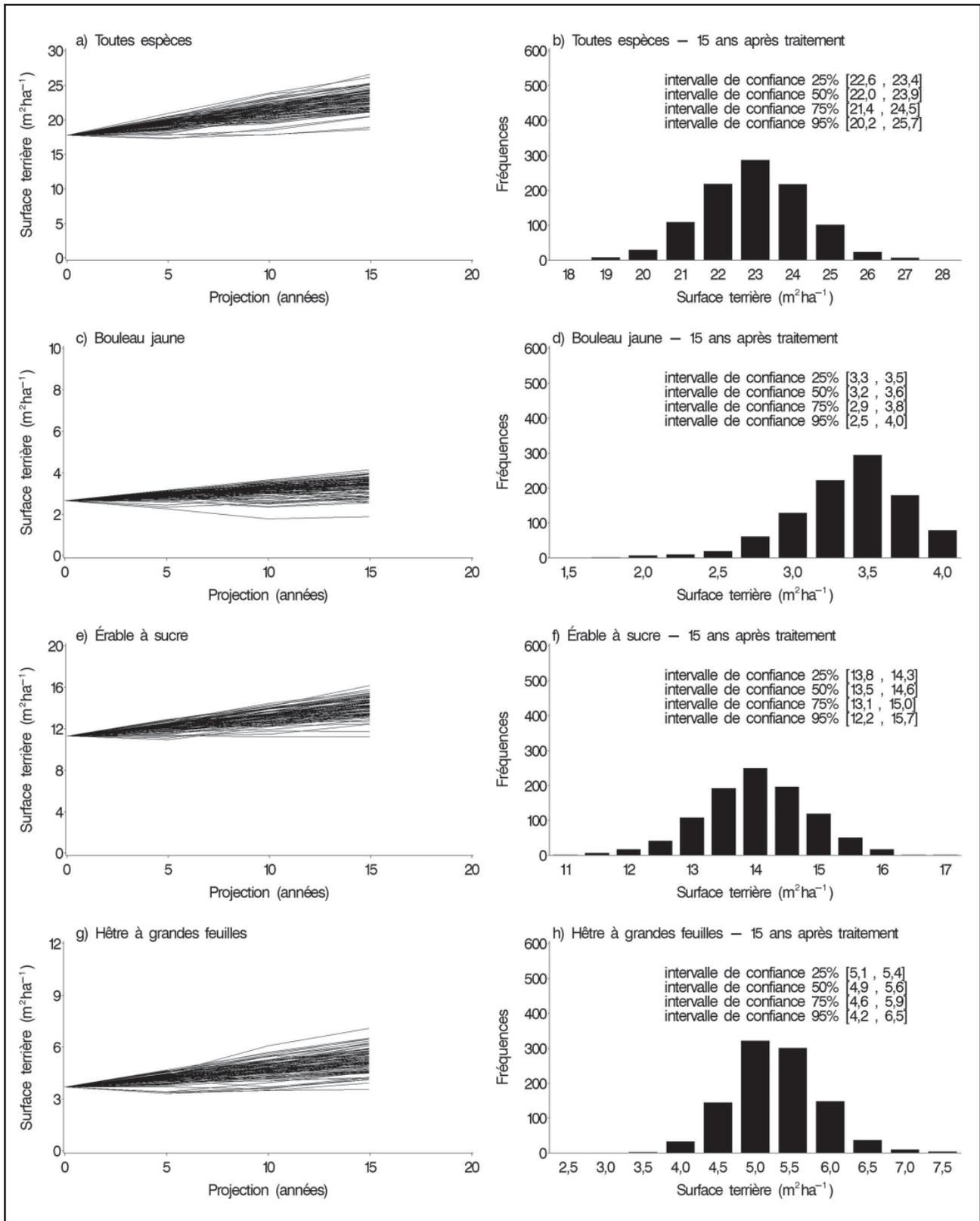


Figure 4. Exemple d'une simulation de la surface terrière et des intervalles de confiance associés aux prévisions 15 ans après une coupe de jardinage (nombre d'itérations Monte Carlo fixé à 1000).

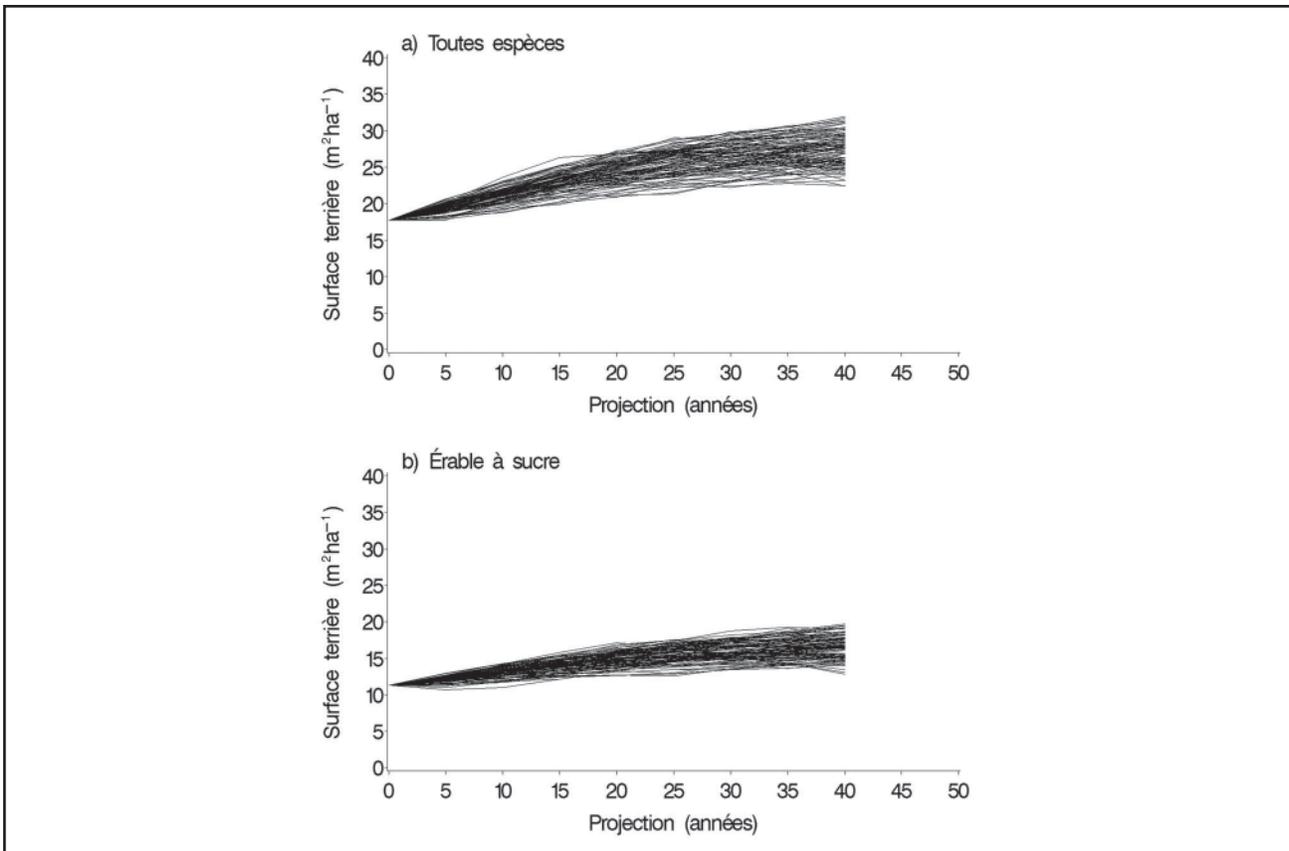


Figure 5. Exemple d'une simulation de la surface terrière sur un horizon de 40 ans pour une placette issue d'une coupe de jardinage (nombre d'itérations Monte Carlo fixé à 1000).

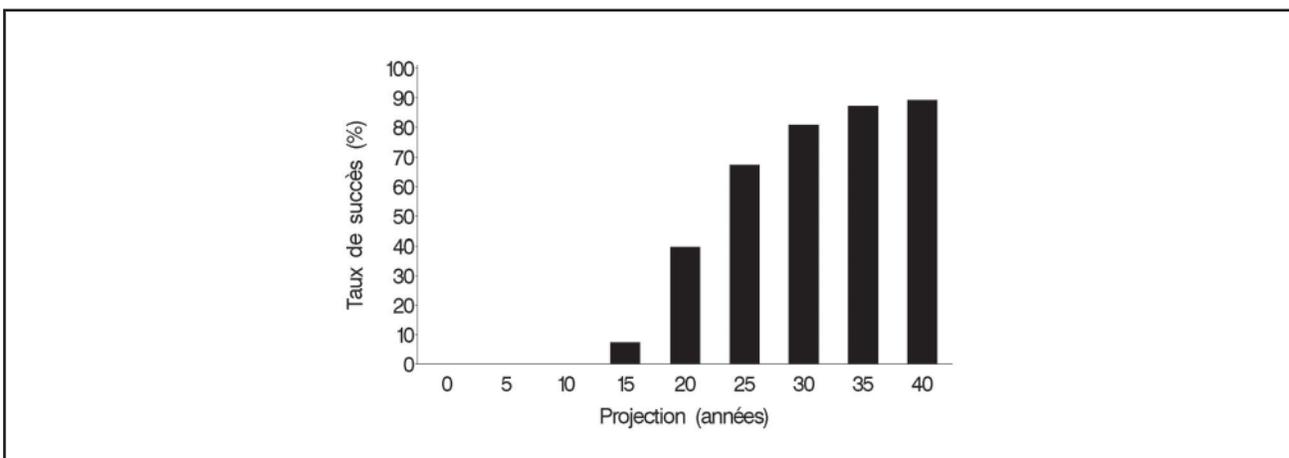


Figure 6. Exemple de l'évolution du taux de succès dans l'atteinte des objectifs sylvicoles d'une placette issue d'une coupe de jardinage.



# Chapitre quatre

## Évaluation de SaMARE

### 4.1 Statistiques d'évaluation

Une évaluation a été effectuée pour vérifier la fiabilité et la précision des prévisions du modèle à l'échelle de la placette. Le biais et la précision sont deux statistiques communément utilisées lors de l'évaluation des modèles (PRETZSCH *et al.* 2002, GARBER et MAGUIRE 2003, ROBINSON et WYKOFF 2004). Le biais correspond à la moyenne des erreurs prévisionnelles. Une estimation du biais près de 0 renforce l'hypothèse que le modèle est sans biais. Pour ce qui est de la précision, elle représente l'erreur prévisionnelle moyenne et est généralement calculée comme étant la racine de l'erreur quadratique moyenne (REQM). La précision fournit une estimation de la divergence moyenne entre les valeurs observées et les prévisions du modèle. La différence entre le biais et la précision est illustrée par VANCLAY (1994, p. 105).

Différentes variables ont été sélectionnées pour l'évaluation. Définissons  $y_i$  et  $\hat{y}_i$  comme étant respectivement les valeurs observées et les prévisions d'une variable donnée. Les estimations du biais et de la REQM se calculent comme suit :

$$\text{Biais} = \frac{\sum_{i=1}^p (y_i - \hat{y}_i)}{p} \quad [10a]$$

$$\text{REQM} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (y_i - \hat{y}_i)^2}{p}} \quad [10b]$$

où  $p$  représente le nombre de placettes. Des valeurs relatives peuvent être obtenues en divisant les résultats des équations 10a et 10b par la moyenne des valeurs observées.

### 4.2 Approche d'évaluation

L'évaluation de SaMARE avec les données qui ont servi à l'étalonnage n'est pas recommandée puisque l'étalonnage assure le meilleur ajustement du modèle. Les estimations de biais et de REQM donneraient alors un portrait trop optimiste de la performance du modèle. Nous avons donc utilisé

un procédé de validation croisée comme le suggère VANCLAY (1994, p. 218) pour nous assurer d'une évaluation indépendante. Ce procédé se traduit comme suit :

- 1) pour une placette donnée, tous les sous-modèles de SaMARE ont été étalonnés en omettant les données de cette placette;
- 2) le premier mesurage de la placette omise est alors sélectionné comme liste d'arbres initiale;
- 3) la projection de la liste d'arbres initiale est effectuée en attribuant un nombre approprié d'intervalles de 5 ans pour obtenir des prévisions qui correspondent aux mesurages de la placette;
- 4) les variables d'intérêt de l'évaluation sont calculées à partir des listes d'arbres observées et des  $s$  listes d'arbres simulées par le procédé Monte Carlo;
- 5) les prévisions sont alors calculées à partir de la moyenne des  $s$  listes d'arbres simulées et sont ensuite comparées aux valeurs observées.

Ce procédé de rééchantillonnage a été répété 90 fois, en omettant chacune des placettes du jeu de données à tour de rôle.

### 4.3 Variables sélectionnées pour l'évaluation

Plusieurs variables peuvent servir de base pour l'évaluation. Nous en avons sélectionné quelques-unes qui semblaient pertinentes dans le contexte de cette étude. Nous nous sommes également assurés d'avoir un gradient de complexité dans les variables choisies. En d'autres termes, les premières variables testées sont plutôt des variables générales alors que les dernières sont beaucoup plus discriminantes. Des plus simples aux plus complexes, ces variables sont :

- la surface terrière de la placette ( $m^2ha^{-1}$ );
- la densité de tiges de la placette (tiges $\cdot ha^{-1}$ );
- l'accroissement annuel périodique (AAP) sur 5 ans des survivants ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ );
- la perte annuelle périodique (PAP) sur 5 ans attribuable à la mortalité ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ );

- l'accroissement annuel périodique (AAP) sur 5 ans attribuable au recrutement ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ );
- les surfaces terrières marchandes de bouleau jaune, d'érable à sucre et de hêtre à grandes feuilles ( $m^2ha^{-1}$ );
- les surfaces terrières de bouleau jaune, d'érable à sucre et de hêtre à grandes feuilles ( $m^2ha^{-1}$ ) des tiges de 23,1 cm et plus au dhp propices au sciage ( $m^2ha^{-1}$ ).

Une simulation comprenant 1000 itérations Monte Carlo a été effectuée pour chaque placette. Une fois les projections de toutes les placettes obtenues, les biais et REQM de différentes durées de projection (5, 10 et 15 ans) ont été estimés.

#### 4.4 Résultats de l'évaluation

Les biais et les racines de l'erreur quadratique moyenne (REQM) des variables qui ne sont pas spécifiques aux espèces sont présentés au tableau 4. Les biais relatifs de la surface terrière

et la densité de tiges sont près ou inférieurs à  $\pm 1$  % alors que les REQM sont inférieures à 9 % en valeurs relatives. Les REQM ont tendance à augmenter avec le temps alors qu'il n'y a aucune tendance pour les biais.

En ce qui concerne les accroissements et pertes annuels périodiques, tous les biais et REQM sont près de 0. Cependant, ces biais et REQM sont relativement importants étant donné que les moyennes observées sont de faibles valeurs. Comparée à l'AAP des survivants, la PAP attribuable à la mortalité et l'AAP des recrues ont tendance à afficher des biais et des REQM plus importants. Il importe de souligner que le biais de la PAP attribuable à la mortalité est plus important lors du premier intervalle de croissance. Cette situation s'explique du fait que deux placettes de la base de données ont été grandement perturbées par la mortalité lors du premier intervalle de croissance. En conséquence, la PAP observée est plus grande que celle prévue par le modèle et, par le fait même, le biais est plus important. La différence s'amenuise lors des inter-

**Tableau 4. Biais et racines de l'erreur quadratique moyenne (REQM) des prévisions des variables qui ne sont pas spécifiques aux espèces (les valeurs relatives sont présentées entre parenthèses)**

Variabes	Intervalle (année)	$n^{\dagger}$	Biais	REQM
Surface terrière ( $m^2ha^{-1}$ )	5	90	-0,1 (-0,4 %)	1,1 (4,8 %)
	10	76	-0,1 (-0,2 %)	1,7 (7,0 %)
	15	44	0,3 (1,2 %)	1,8 (7,0 %)
Densité de tiges (tiges $ha^{-1}$ )	5	90	-2,5 (-0,6 %)	22,0 (5,4 %)
	10	76	0,1 (0,0 %)	30,7 (7,3 %)
	15	44	-1,2 (-0,3 %)	38,1 (8,9 %)
AAP <sup>††</sup> en surface terrière des survivants ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ )	5	90	0,014 (3,4 %)	0,090 (21,7 %)
	10	76	0,002 (0,6 %)	0,094 (22,6 %)
	15	44	-0,012 (-3,1 %)	0,101 (24,8 %)
PAP <sup>†††</sup> en surface terrière attribuable à la mortalité ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ )	5	90	0,027 (10,0 %)	0,204 (76,2 %)
	10	76	0,002 (0,9 %)	0,136 (56,3 %)
	15	44	-0,006 (-2,3 %)	0,126 (52,1 %)
AAP <sup>††</sup> en surface terrière attribuable au recrutement ( $m^2ha^{-1}an^{-1}$ )	5	90	0,001 (3,0 %)	0,032 (68,8 %)
	10	76	0,004 (8,4 %)	0,029 (59,0 %)
	15	44	0,004 (8,8 %)	0,030 (68,7 %)

<sup>†</sup> $n$  : nombre d'observations, <sup>††</sup> AAP : accroissement annuel périodique, <sup>†††</sup> PAP : perte annuelle périodique

valles suivants.

Les biais et REQM des surfaces terrières de bouleau jaune, d'érable à sucre et de hêtre à grandes feuilles sont présentés au tableau 5. Les biais des surfaces terrières marchandes (dhp  $\geq 9,1$  cm) sont relativement faibles. Mis à part le hêtre sur une projection de 15 ans, les estimations de biais sont à l'intérieur de la plage [-1 %, +3 %] en valeurs relatives. Les REQM sont inférieures à 30 % et augmentent avec la durée de la projection.

En ce qui concerne les surfaces terrières des tiges propices au sciage ayant un dhp plus grand ou égal à 23,1 cm, les biais relatifs sont plus importants parce que les valeurs moyennes observées sont plus faibles. L'estimation du biais relatif atteint près de 10 % dans le cas du hêtre sur une projection de 5 ans. Les REQM relatives de cette variable sont également plus élevées que celles associées aux surfaces terrières marchandes de ces mêmes espèces. Des valeurs supérieures à 30 % ont été estimées pour les REQM du bouleau jaune et du hêtre.

**Tableau 5. Biais et racines de l'erreur quadratique moyenne (REQM) des prévisions de la surface terrière de bouleau jaune, d'érable à sucre et de hêtre à grandes feuilles (les valeurs relatives sont présentées entre parenthèses)**

Variables	Intervalle (année)	$n^{\dagger}$	Biais	REQM
Surface terrière marchande ( $m^2ha^{-1}$ ) (dhp $\geq 9,1$ cm)				
Bouleau jaune	5	90	-0,01 (-0,5 %)	0,25 (9,1 %)
	10	76	-0,01 (-0,6 %)	0,38 (19,8 %)
	15	44	0,02 (1,4 %)	0,41 (28,8 %)
Érable à sucre	5	90	-0,06 (-0,4 %)	0,80 (5,3 %)
	10	76	0,05 (0,3 %)	1,31 (7,7 %)
	15	44	0,46 (2,5 %)	1,33 (7,2 %)
Hêtre à grandes feuilles	5	90	0,01 (0,4 %)	0,30 (11,4 %)
	10	76	-0,03 (-1,0 %)	0,55 (19,1 %)
	15	44	-0,20 (-7,0 %)	0,63 (22,4 %)
Surface terrière des tiges propices au sciage ayant un dhp plus grand ou égal à 23,1 cm ( $m^2ha^{-1}$ )				
Bouleau jaune	5	90	-0,04 (-2,3 %)	0,55 (31,0 %)
	10	76	-0,06 (-4,8 %)	0,42 (34,8 %)
	15	44	-0,05 (-5,5 %)	0,29 (33,9 %)
Érable à sucre	5	90	-0,29 (-3,5 %)	1,36 (16,1 %)
	10	76	0,13 (1,2 %)	1,36 (13,4 %)
	15	44	0,75 (6,5 %)	1,54 (13,3 %)
Hêtre à grandes feuilles	5	90	0,09 (9,8 %)	0,38 (42,1 %)
	10	76	-0,03 (-3,2 %)	0,30 (34,7 %)
	15	44	-0,05 (-6,0 %)	0,32 (36,9 %)

$^{\dagger} n$  : nombre d'observations



# Chapitre cinq

## Discussion

Les percées des années 1990 dans le domaine de la statistique et la capacité grandissante des ordinateurs permettent aujourd'hui de mieux estimer les erreurs prévisionnelles des modèles par tiges individuelles. En effet, il est maintenant possible (i) d'estimer les corrélations temporelles et spatiales et de distinguer les différentes composantes d'erreur à l'intérieur des sous-modèles et (ii) de propager ces erreurs de manière stochastique dans les projections de croissance. Même s'il ne nécessite pas la localisation des tiges, SaMARE est un exemple de modèle par tiges individuelles qui repose sur une telle approche. En effet, par le biais d'effets aléatoires de placette et d'intervalle, on présume qu'il existe une corrélation spatiale uniforme entre les arbres d'une même placette.

Il est difficile de comparer SaMARE à d'autres modèles parce que le contexte dans lequel chaque modèle est étalonné est différent. En fait, il est probable que la précision des prévisions de SaMARE soit tantôt supérieure, tantôt inférieure à celle d'autres modèles. Ce qui démarque SaMARE des autres modèles est l'information qu'il apporte à l'utilisateur. En plus des prévisions de croissance, SaMARE génère une estimation de l'incertitude qui leur est associée. Cette incertitude permet à l'utilisateur de mesurer la confiance que l'on peut avoir envers les prévisions du modèle.

Le rôle de l'incertitude peut être négligeable lorsque les prévisions sont nécessaires à grande échelle. En effet, on peut penser que les erreurs de chaque prévision se compenseront et qu'à l'échelle d'une région ou d'un territoire, la moyenne des évolutions correspondra à la moyenne des prévisions. C'est à l'échelle locale que l'incertitude revêt toute son importance. En effet, il n'y a pas de compensation de l'erreur pour un peuplement donné. Dans ce cas, les taux de succès présentés à la figure 6 correspondent à la probabilité d'atteindre les objectifs fixés. En ce sens, SaMARE devient un outil intéressant de gestion par objectifs dans l'application des coupes partielles semblables au jardinage dans les érablières de structure inéquienne du Québec.

L'évaluation de SaMARE démontre que les biais sont généralement faibles et, de beaucoup, inférieurs à leurs REQM respectives. Cependant, en proportion, ces biais augmentent avec la complexité

des variables examinées. Cette augmentation s'explique en partie par le fait que les valeurs moyennes observées sont plus faibles pour les variables les plus discriminantes. Par exemple, pour une espèce donnée, la surface terrière des tiges propices au sciage ayant un dhp plus grand ou égal à 23,1 cm est plus faible que la surface terrière marchande. En conséquence, le biais relatif est généralement plus élevé. Ce patron met en lumière une limitation du modèle : plus la variable est discriminante, plus le biais risque d'être élevé proportionnellement à la prévision.

Cette limitation s'applique également à l'utilisation de l'incertitude. En effet, un examen approfondi des prévisions de SaMARE a démontré que l'incertitude simulée par le procédé Monte Carlo peut être légèrement sous-estimée lorsque les variables sont complexes (FORTIN *et al.* sous presse b). Cette sous-estimation peut influencer la prise de décision parce qu'elle biaise les taux de succès.

La durée de la projection est également une limitation. Comme la vaste majorité des modèles et des simulateurs, les variances des erreurs prévisionnelles affichent souvent un patron d'hétéroscédasticité. En effet, les variances de prévisions de SaMARE tendent à augmenter avec le temps (Figures 4 et 5). L'ampleur de l'incertitude est aussi intimement liée à la superficie des placettes pour des prévisions qui s'expriment à l'échelle de l'hectare comme le volume ( $m^3ha^{-1}$ ) et la surface terrière ( $m^2ha^{-1}$ ). Dans le cas présent, les placettes utilisées avaient une superficie de 0,5 ha. Les erreurs prévisionnelles de placettes de plus petites superficies peuvent être plus grandes parce que chaque arbre à un poids plus important à l'hectare. En conséquence, l'utilisation de placettes de plus faible superficie peut générer des prévisions dont le faisceau de courbe est beaucoup plus large que ceux présentés aux figures 4 et 5.

Par ailleurs, il n'y a aucune référence spatiale dans SaMARE, de sorte que l'on présume que le recrutement et la mortalité sont uniformes sur la superficie échantillonnée. Cette hypothèse est toutefois discutable. Si la mortalité et le recrutement présentent des patrons de dispersion spatiale non uniformes, l'utilisation de placettes dont la superficie est inférieure à 0,5 ha peut fournir des prévisions biaisées.

En effet, des essais à partir de placettes de différentes dimensions ont démontré qu'une superficie échantillonnée de 800 m<sup>2</sup> est nécessaire pour éviter des biais de mortalité et de recrutement (résultats non publiés). Comme la mortalité est l'élément qui influence le plus les projections de croissance de SaMARE, un biais dans le sous-modèle de mortalité peut avoir un effet considérable. En conséquence, la projection de placettes individuelles de 400 m<sup>2</sup> comme celles de l'inventaire provincial n'est pas recommandée avec SaMARE. Les utilisateurs peuvent toutefois contourner ce problème en regroupant les placettes d'un même peuplement ou d'une même strate et en projetant la superficie échantillonnée en un seul tenant du moment que celle-ci excède les 800 m<sup>2</sup>.

Il importe également de mentionner que SaMARE ne donne pas de projection pour le peuplement, mais bien pour une placette ou une superficie échantillonnée. Il s'agit donc de l'actualisation d'une placette dans le temps. L'erreur prévisionnelle est donc l'erreur associée au modèle, alors que l'erreur d'échantillonnage n'est aucunement prise en compte. Pour avoir un portrait du peuplement, il faudrait projeter plusieurs placettes d'un même peuplement et tenir compte à la fois de l'erreur prévisionnelle et de l'erreur d'échantillonnage. Cette avenue devra être explorée.

# Conclusion

En conclusion, nous pouvons affirmer que :

- 1) SaMARE est un modèle par tiges individuelles qui s'applique aux peuplements de structure inéquienne à dominance d'érable à sucre et de bouleau jaune du Québec méridional;
- 2) SaMARE prévoit la croissance des peuplements naturels ou des peuplements traités par des coupes partielles qui s'apparentent au jardinage;
- 3) SaMARE est adapté à des placettes de 0,5 ha dont la surface terrière marchande varie de 12 à 32 m<sup>2</sup>ha<sup>-1</sup>;
- 4) SaMARE fournit une estimation de l'incertitude associée aux prévisions du modèle;
- 5) SaMARE est avant tout destiné à une application locale, c'est-à-dire à un peuplement donné, pour des fins de gestion par objectifs dans l'application de coupes partielles;

- 6) SaMARE fournit des prévisions fiables pour des variables générales comme la surface terrière et la densité de tiges toutes espèces confondues;
- 7) Plus la variable d'intérêt est discriminante, plus les prévisions de SaMARE sont susceptibles d'être biaisées.

Finalement, il importe de mentionner que l'évaluation de SaMARE ne peut être effectuée sur plus de 15 ans faute de données. En conséquence, on ne peut affirmer ou infirmer que les prévisions à plus long terme sont fiables. Compte tenu des résultats de l'évaluation, les concepteurs du modèle estiment que les durées de projection devraient idéalement être de 20 ans et ne devraient pas excéder 40 ans. Dans tous les cas, ces prévisions devraient donc être utilisées avec circonspection.



## Références bibliographiques

- BÉDARD, S. et Z. MAJCEN, 2001. *Ten-year response of sugar maple-yellow birch-beech stands to selection cutting in Québec*. North. J. Appl. For. 18 : 119-126.
- BÉDARD, S. et Z. MAJCEN, 2003. *Growth following single-tree selection cutting in Québec northern hardwood*. For. Chron. 79 : 898-905.
- DIXON, G.E., 2002. *Essential FVS : A user's guide to the Forest Vegetation Simulator*. USDA Forest Service, Forest Management Service Center, Internal Report Fort Collins. 219 p.
- EFRON, B. et R.J. TIBSHIRANI, 1993. *An introduction to the bootstrap*. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton, Florida. 436 p.
- FORTIN, M. et J. DEBLOIS, 2007. *Modeling tree recruitment with zero-inflated models: The example of hardwood stands in southern Québec, Canada*. For. Sci. 53 : 529-539.
- FORTIN, M., F. GUILLEMETTE et S. BÉDARD, sous presse a. *Predicting volumes by log grades in standing sugar maple (*Acer saccharum* Marsh.) and yellow birch (*Betula alleghaniensis* Britton) trees in southern Québec, Canada*. Can. J. For. Res.
- FORTIN, M., S. BÉDARD, J. DEBLOIS et S. MEUNIER, sous presse b. *Assessing and testing prediction uncertainty for single tree-based models: A case study applied to northern hardwood stands in southern Québec, Canada*. Ecological Modelling.
- FORTIN, M., S. BÉDARD, J. DEBLOIS et S. MEUNIER, 2008a. *Predicting individual tree mortality in northern hardwood stands under uneven-aged management in southern Québec, Canada*. Ann. For. Sci. 65 : 205.
- FORTIN, M., S. BÉDARD, J. DEBLOIS et S. MEUNIER, 2008b. *Accounting for error correlations in diameter increment modelling: A case study applied to northern hardwood stands in Québec, Canada*. Can. J. For. Res. 38 : 2274-2286.
- GALLANT, A.R., 1987. *Nonlinear statistical models*. Wiley & Sons, New York. 610 p.
- GARBER, S.M. et D.A. MAGUIRE, 2003. *Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures*. For. Ecol. Manage. 179 : 507-522.
- LAMBERT, D., 1992. *Zero-inflated Poisson regression, with an application to defects in manufacturing*. Technometrics 34 : 1-14.
- LINDSTROM, M.J. et D. BATES, 1988. *Newton-Raphson and EM algorithms for linear mixed-effects models for repeated-measures data*. J. Am. Stat. Assoc. 83 : 1014-1022.
- LITTELL, R.C., G.A. MILLIKEN, W.W. STROUP, R.D. WOLFINGER et O. SCHABENBERGER, 2006. *SAS system for mixed models*. Second Edition, SAS Institute Inc., Cary, NC. 814 p.
- MAJCEN, Z., S. BÉDARD et S. MEUNIER, 2005. *Accroissement et mortalité quinze ans après la coupe de jardinage dans quatorze érablières du Québec méridional*. Ministère des Ressources naturelles du Québec, Direction de la recherche forestière. Mémoire de recherche forestière n° 148. 39 p.
- MAJCEN, Z., Y. RICHARD, M. MÉNARD et Y. GRENIER, 1990. *Choix des tiges à marquer pour le jardinage d'érablières inéquiennes, Guide technique*. Ministère de l'Énergie et des Ressources du Québec, Direction de la recherche forestière. Mémoire de recherche forestière n° 96. 96 p.
- MCCULLAGH, P. et J.A. NELDER, 1989. *Generalized linear models*. 2<sup>nd</sup> ed., Monograph on statistics and applied probability 37, Chapman & Hall, New York. 511 p.
- MCCULLOCH, C.E. et S.R. SEARLE, 2001. *Generalized, linear, and mixed models*. John Wiley & Sons, New York. 325 p.
- MEYER, W.H., 1929. *Yields of second-growth spruce and fir in the Northeast*. USDA For. Serv., Tech. Bull. No. 142. 52 p.
- MRNF, 2004. *Manuel d'aménagement forestier*. 1<sup>re</sup> révision, Gouvernement du Québec, ministère des Ressources naturelles et de la Faune. Direction de la planification et des communications.
- PARENT, B. et C. FORTIN, 1999. *Ressources et industries forestières*. Portrait statistique, édition 1999. Gouvernement du Québec, ministère des Ressources naturelles et de la Faune du Québec, Direction du développement de l'industrie des produits forestiers.

- PARENT, B. et C. FORTIN, 2001. *Ressources et industries forestières*. Portrait statistique, édition 2001. Gouvernement du Québec, ministère des Ressources naturelles du Québec, Direction du développement de l'industrie des produits forestiers.
- PARENT, B. et C. FORTIN, 2005. *Ressources et industries forestières*. Portrait statistique, édition 2005. Gouvernement du Québec, ministère des Ressources naturelles et de la Faune du Québec, Direction du développement de l'industrie des produits forestiers.
- PENG, C., 2000. *Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future*. For. Ecol. Manage. 132 : 259-279.
- PINHEIRO, J.C. et D.M. BATES, 1995. *Approximations to the Log-Likelihood function in the nonlinear mixed-effects model*. J. Comp. Graph. Stat. 4 : 12-35.
- PINHEIRO, J.C. et D.M. BATES, 2000. *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer, New York. 528 p.
- PRETZSCH, H., P. BIBER et J. ĎURSKÝ, 2002. *The single tree-based stand simulator SILVA : construction, application and evaluation*. For. Ecol. Manage. 162 : 3-21.
- RÉGNIERE, J., B. COOKE et V. BERGERON, 1995. *BioSIM : Un instrument informatique d'aide à la décision pour la planification saisonnière de la lutte antiparasitaire – Guide d'utilisation*. Service canadien des forêts, Centre de foresterie des Laurentides, Québec. Rapport d'Information LAU-X-116f. 68 p.
- RIDOUT, M., C.G.B. DEMÉTRIO et J. HINDE, 1998. *Models for count data with many zeros*. Invited paper presented at the Nineteenth International Biometric Conference, Capetown, South Africa.
- ROBINSON, A.P. et W.R. WYKOFF, 2004. *Imputing missing height measures using a mixed-effects modeling strategy*. Can. J. For. Res. 34 : 2492-2500.
- STAGE, A.R., 1973. *Prognosis model for stand development*. USDA For. Serv., Res. Pap. INT-137. 32 p.
- SAUCIER, J.-P., P. GRONDIN, A. ROBITAILLE, J. GOSSELIN, C. MORNEAU, P.J.H. RICHARD, J. BRISSON, L. SIROIS, A. LEDUC, H. MORIN, É. THIFFAULT, S. GAUTHIER, C. LAVOIE et S. PAYETTE, 2009. *Écologie forestière*. Manuel de foresterie, 2<sup>e</sup> édition. Ordre des ingénieurs forestiers du Québec, ouvrage collectif, Édition MultiMondes, Québec. p. 165-316
- USHER, M.B., 1969. *A matrix model for forest management*. Biometrics 25 : 309-315.
- VALLIANT, R.L., A.H. DORFMAN et R.M. ROYALL, 2000. *Finite population sampling and inference: a prediction approach*. Wiley, Toronto. 504 p.
- VANCLAY, J.K., 1994. *Modelling forest growth and yield, applications to mixed tropical forests*. CAB International, Wallingford, UK. 312 p.
- WOLFINGER, R. et M. O'Connell, 1993. *Generalized linear mixed models: A pseudo-likelihood approach*. J. Statist. Comput. Simul. 48 : 233-243.

# Annexe 1

## Liste des espèces arborescentes

La base de données d'étalonnage de SaMARE comprend les 22 espèces suivantes.

Nom latin	Nom commun
<i>Abies balsamea</i> (L.) Mill.	Sapin baumier
<i>Acer pensylvanicum</i> L.	Érable de Pennsylvanie
<i>Acer rubrum</i> L.	Érable rouge
<i>Acer saccharum</i> Marsh.	Érable à sucre
<i>Betula alleghaniensis</i> Britton.	Bouleau jaune
<i>Betula papyrifera</i> Marsh.	Bouleau à papier
<i>Fagus grandifolia</i> Ehrh.	Hêtre à grandes feuilles
<i>Fraxinus americana</i> L.	Frêne d'Amérique
<i>Fraxinus nigra</i> Marsh.	Frêne noir
<i>Ostrya virginiana</i> (Mill.) K. Koch	Ostryer de Virginie
<i>Picea rubens</i> Sarg.	Épinette rouge
<i>Picea glauca</i> (Moench) Voss	Épinette blanche
<i>Pinus strobus</i> L.	Pin blanc
<i>Populus grandidentata</i> Michx.	Peuplier à grandes dents
<i>Populus tremuloides</i> Michx.	Peuplier faux-tremble
<i>Prunus pensylvanica</i> L.f.	Cerisier de Pennsylvanie
<i>Prunus serotina</i> Ehrh.	Cerisier tardif
<i>Quercus rubra</i> L.	Chêne rouge
<i>Sorbus americana</i> Marsh.	Sorbier d'Amérique
<i>Tilia americana</i> L.	Tilleul d'Amérique
<i>Tsuga canadensis</i> (L.) Carr.	Pruche
<i>Ulmus americana</i> L.	Orme d'Amérique



## Annexe 2

### Sous-modèle de mortalité

Le terme linéaire et les effets aléatoires du sous-modèle de mortalité sont les suivants :

$$\mathbf{x}_{ijk}\mathbf{B} = \beta_0 + \beta_{1,vig} + \beta_{2,prod} + \beta_{3,gress} + (\beta_4 + \beta_{5,gress})dhp_{ijk} + \beta_6dhp_{ijk}^2 + \beta_{7,coupe} + \beta_8ST_{ik} + \beta_9ST_{ik}^2 + \beta_{10}TEMP_i + \ln(\Delta t_{ik})$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2)$$

$$b_{ik} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{intervalle}^2)$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		-1,2587	0,9829
$\beta_{1,vig}$	non vigoureux	1,5665	0,0576
	vigoureux	0	0
$\beta_{2,prod}$	pâte	0,9017	0,0696
	résineux	0	0
	sciage	0	0
$\beta_{3,gress}^\dagger$	BOJ	-0,9030	0,3475
	ERR	-0,9422	0,3779
	ERS	-1,3789	0,3000
	FEN	-0,4468	0,3556
	FIN	0,7248	0,4026
	HEG	-2,4847	0,3336
	RES	0,1585	0,4449
	SAB	0	0
$\beta_4$		0,02098	0,01586
$\beta_{5,gress}^\dagger$	BOJ	-0,06211	0,01660
	ERR	-0,05552	0,01780
	ERS	-0,05909	0,01560
	FEN	-0,07505	0,01797
	FIN	-0,05664	0,02192
	HEG	-0,01965	0,01617
	RES	-0,05775	0,01976
	SAB	0	0

$\beta_6$		0,000569	0,000101
$\beta_{7,coupe}$	traité	-0,4541	0,1226
	non traité	0	0
$\beta_8$		-0,2806	0,0727
$\beta_9$		0,005317	0,001504
$\beta_{10}$		0,2551	0,0667
$\sigma^2_{placette}$		0,02593	0,02232
$\sigma^2_{intervalle}$		0,10620	0,02758

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.

## Annexe 3

### Sous-modèle d'accroissement diamétral

Le terme linéaire et les effets aléatoires du sous-modèle d'accroissement diamétral sont les suivants :

$$\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,vig} + \beta_{2,prod} + \beta_{3,gress} + (\beta_4 + \beta_{5,gress})dhp_{ijk} + \beta_6dhp_{ijk}^2 + \beta_7ST_{ik} + \beta_8 \ln(\Delta t_{ik}) + \beta_9FR_{ik}$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2)$$

$$b_{ik} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{intervalle}^2)$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		2,3137	0,4415
$\beta_{1,vig}$	non vigoureux	-0,2068	0,0128
	vigoureux	0	0
$\beta_{2,prod}$	pâte	-0,1997	0,0144
	résineux	0	0
	sciage	0	0
$\beta_{3,gress}^\dagger$	BOJ	0,3351	0,1599
	ERR	0,5094	0,1809
	ERS	-0,0903	0,1492
	FEN	-0,7143	0,1685
	FIN	0,1221	0,2549
	HEG	0,7410	0,1540
	RES	-1,0817	0,1958
	SAB	0	0
$\beta_4$		0,05426	0,00956
$\beta_{5,gress}^\dagger$	BOJ	-0,01716	0,00970
	ERR	-0,02347	0,01024
	ERS	-0,01336	0,00952
	FEN	0,01580	0,00996
	FIN	-0,04399	0,01500
	HEG	-0,02716	0,00963
	RES	0,02212	0,01056
	SAB	0	0

$\beta_6$	-0,00062	0,00004
$\beta_7$	-0,07891	0,00850
$\beta_8$	1,7089	0,2129
$\beta_9$	-0,1701	0,0527
$\sigma_{placette}^2$	0,08878	0,01818
$\sigma_{intervalle}^2$	0,2509	0,0345
$\sigma_{res}^2 \dagger\dagger$	1,0171	0,0094
$\gamma \dagger\dagger$	0,7306	0,0036
$\delta \dagger\dagger$	0,8445	0,0071

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.

†† Les paramètres  $\sigma_{res}^2$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  sont ceux de la structure de covariance (v. équations 2e et 2f).

## Annexe 4

### Sous-modèle d'évolution de la vigueur

Le terme linéaire du sous-modèle d'évolution de la vigueur est le suivant :

$$\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,vig,prod} + \beta_{2,gress} dhp_{ijk} + \beta_{3,gress} \ln(dhp_{ijk})$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		2,8792	0,2991
$\beta_{1,vig,prod}$	non vigoureux, pâte	-4,4139	0,0456
	non vigoureux, résineux	-1,2389	2,8306
	non vigoureux, sciage	-3,5715	0,0633
	vigoureux, pâte	-0,8813	0,0425
	vigoureux, résineux	3,5611	2,8264
	vigoureux, sciage	0	0
$\beta_{2,gress}^\dagger$	BOJ	-0,0314	0,0082
	ERR	-0,0144	0,0160
	ERS	-0,0209	0,0056
	FEN	-0,0097	0,0112
	FIN	0,0021	0,0367
	HEG	-0,0661	0,0087
	RES	0,0807	0,0573
	SAB	0,0441	0,0956
$\beta_{3,gress}^\dagger$	BOJ	0,1124	0,1452
	ERR	-0,1564	0,1903
	ERS	-0,0590	0,1378
	FEN	-0,1399	0,1623
	FIN	-0,4137	0,2987
	HEG	0,3479	0,1511
	RES	-1,7954	1,3380
	SAB	-1,7862	1,5656

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.



## Annexe 5

### Sous-modèle d'évolution du produit

Le terme linéaire du sous-modèle d'évolution du produit est le suivant :

$$\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,vig,prod} + \beta_{2,gress} dhp_{ijk} + \beta_{3,gress} \ln(dhp_{ijk})$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		0,3396	0,4160
$\beta_{1,vig,prod}$	non vigoureux, pâte	-4,8961	0,0624
	non vigoureux, sciage	-0,7700	0,0858
	vigoureux, pâte	-5,4393	0,0627
	vigoureux, sciage	0	0
$\beta_{2,gress}^\dagger$	BOJ	-0,0629	0,0106
	ERR	-0,0700	0,0225
	ERS	-0,0583	0,0075
	FEN	0,0108	0,0198
	FIN	0,0371	0,0760
	HEG	-0,0496	0,0118
$\beta_{3,gress}^\dagger$	BOJ	1,4932	0,1981
	ERR	1,2386	0,2718
	ERS	1,3946	0,1899
	FEN	0,8341	0,2487
	FIN	0,5332	0,6143
	HEG	0,9791	0,2105

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.



## Annexe 6

### Sous-modèle du nombre de recrues

Le sous-modèle du nombre de recrues comprend trois termes linéaires et un effet aléatoire de placette, soit :

$$\mathbf{g}_{ik,gress} \boldsymbol{\gamma} = \gamma_0 + d_{coupe,i} e^{\gamma_1 t_{coupe,ik}} + \gamma_{2,gress} + \gamma_{3,gress} (LAT_i - 45) + \gamma_4 ST_{ik} + \gamma_5 STESS_{ik,gress} + \gamma_6 PREC_i$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2)$$

$$\mathbf{x}_{ik,gress} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 ST_{ik} + \beta_3 STESS_{ik,gress}$$

$$\mathbf{z}_{ik,gress} \boldsymbol{\eta} = \eta_{1,gress} + \eta_2 ST_{ik} + \eta_3 STESS_{ik,gress}$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans les tableaux ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\gamma_0$		1,3996	1,3144
$\gamma_1$		-0,2163	0,1008
$\gamma_{2,gress}^\dagger$	BOJ	0	0
	ERR	1,0307	0,2554
	ERS	0	0
	FEN	-3,0832	0,6945
	FIN	0	0
	HEG	-1,3237	0,1992
	RES	1,0857	0,2671
	SAB	0	0
$\gamma_{3,gress}^\dagger$	BOJ	0	0
	ERR	0	0
	ERS	0	0
	FEN	2,7432	0,5640
	FIN	0	0
	HEG	0	0
	RES	0	0
	SAB	0	0

$\gamma_4$		0,1335	0,0261
$\gamma_5$		-0,3914	0,0309
$\gamma_6$		-0,00271	0,00093
$\sigma^2_{placette}$		0,6584	0,1924
$\beta_0$		-3,8323	0,4103
$\beta_{1,gress}^\dagger$	BOJ	1,3049	0,2935
	ERR	0	0
	ERS	0	0
	FEN	1,3330	0,3193
	FIN	0	0
	HEG	0,4762	0,2931
	RES	1,7734	0,3540
	SAB	0	0
$\beta_2$		0,1397	0,0139
$\beta_3$		-0,1844	0,0180
$\eta_{1,gress}^\dagger$	BOJ	0	0
	ERR	1,1477	0,1529
	ERS	0,2608	0,1006
	FEN	0	0
	FIN	0,3526	0,1404
	HEG	0	0
	RES	0	0
	SAB	0,3491	0,1641
$\eta_2$		-0,02066	0,00446
$\eta_3$		0,04388	0,00520

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.

# Annexe 7

## Sous-modèle de diamètre des recrues

Le terme linéaire et les effets aléatoires du sous-modèle de diamètre des recrues est le suivant :

$$\mathbf{x}_{ijk}\boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 \ln(ST_{ik}) + \beta_3 \ln(dens_{ik}) + \beta_4 \ln(\Delta t_{ik})$$

$$b_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{placette}^2)$$

$$b_{ik} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_{intervalle}^2)$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		8,1158	0,9833
$\beta_{1,gress}^\dagger$	BOJ	0,0753	0,1491
	ERR	0,1086	0,2359
	ERS	-0,2330	0,1145
	FEN	-0,3143	0,1533
	FIN	-0,1789	0,1580
	HEG	-0,0787	0,1211
	RES	-0,4587	0,2156
	SAB	0	0
$\beta_2$		-0,9048	0,2049
$\beta_3$		-0,5274	0,1795
$\beta_4$		0,5229	0,3060
$\sigma_{placette}^2$		0,03267	0,01665
$\sigma_{intervalle}^2$		0,04308	0,01801
$\sigma_{res}^2 \dagger\dagger$		0,1824	0,0508
$\theta \dagger\dagger$		1,8495	0,2621

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.

†† Les paramètres  $\sigma_{res}^2$  et  $\theta$  sont ceux de la fonction de variance (v. équation 6e).



## Annexe 8

### Sous-modèle de vigueur des recrues

Le terme linéaire du sous-modèle de vigueur des recrues est le suivant :

$$\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress}$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		1,9648	0,2757
$\beta_{1,gress}^\dagger$	BOJ	-0,0465	0,3614
	ERR	-0,9839	0,4783
	ERS	-0,8500	0,2818
	FEN	-0,3649	0,3650
	FIN	-1,4085	0,3356
	HEG	-0,1866	0,2942
	RES	1,3305	1,0548
	SAB	0	0

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.



## Annexe 9

### Sous-modèle de produit des recrues

Le terme linéaire du sous-modèle de produit des recrues est le suivant :

$$\mathbf{x}_{ijk} \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_{1,gress} + \beta_2 ST_{ik}$$

Les estimations des paramètres du sous-modèle figurent dans le tableau ci-dessous.

Paramètre	Classe	Estimation	Erreur-type
$\beta_0$		-0,7482	0,2500
$\beta_{1,gress}^\dagger$	BOJ	0,8461	0,1882
	ERR	0,1984	0,4415
	ERS	1,1084	0,1042
	FEN	0,4968	0,2177
	FIN	-3,4235	1,0106
	HEG	0	0
$\beta_2$		-0,00678	0,01110

† Les codes des groupes d'espèces figurent au tableau 2.







Le ministère des Ressources naturelles et de la Faune a comme mandat de s'assurer de la gestion durable des forêts publiques québécoises. À cette fin, les modèles de croissance constituent des outils indispensables aux aménagistes forestiers car c'est sur eux que reposent les prévisions de croissance des forêts. En 2005, la Direction de la recherche forestière a entrepris de concevoir et d'étalonner un modèle de croissance basé sur une approche par tiges individuelles pour les érablières de structure inéquienne sous aménagement. Ce mémoire de recherche forestière fait état du fonctionnement et de l'évaluation de ce modèle, nommé SaMARE.